УДК 681.513.3

С.Н. Кириллов, А.Д. Токарь

АЛГОРИТМ АВТОНОМНОГО ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ, УСТОЙЧИВЫЙ К МЕШАЮЩИМ ФАКТОРАМ

Синтезирован алгоритм автономного управления летательным аппаратом на основе комбинированного критерия качества, обеспечивающий его наведение по заданной траектории полета в условиях действия таких мешающих факторов, как порывы ветра, наличие неконтрастных изображений участков местности. Показано, что при воздействии этих мешающих факторов ошибки управления уменьшаются в среднем на 10…20 % по сравнению с известным алгоритмом автономного управления.

Ключевые слова: *алгоритм автономного управления, комбинированный критерий качества, траектория полета, мешающие факторы, уравнение Беллмана, весовые коэффициенты, поперечное ускорение.*

Введение. Основной задачей в автономных системах траекторного управления является удержание центра массы летательного аппарата (ЛА) на рассчитанной траектории [1]. Однако следует отметить, что в процессе управления на ЛА действует ряд случайных факторов и обстоятельств, которые заранее учесть невозможно. К таким факторам относятся наличие неконтрастных изображений участков местности, воздействие на ЛА ветра и неоднородностей атмосферы. В результате процесс сближения ЛА с заданной траекторией полета носит колебательный характер, что увеличивает время вывода на прямолинейную траекторию. При этом первая производная от ошибки управления может принимать недопустимо большие значения. Как следствие, возрастают перегрузки ЛА, снижается точность вывода ЛА в расчетную точку и увеличивается расход топлива.

Цель работы – синтез алгоритма автономного управления ЛА на основе функционала качества, включающего взвешенную сумму минимума квадрата сигнала ошибки и минимума квадрата производной сигнала ошибки, обеспечивающего стабилизацию траектории полета в условиях воздействия мешающих факторов.

Теоретическая часть. Синтез алгоритма автономного траекторного управления ЛА будет выполняться при условии, что соблюдаются следующие допущения:

– все фазовые координаты в ЛА измеряются идеально;

– каналы управления наводимого ЛА не влияют друг на друга;

– не учитывается инерционность ЛА (ЛА рассматривается как материальная точка);

– ЛА управляется так, что модуль скорости остается постоянным.

Траектории полета ЛА в вертикальной плоскости представлены на рисунке 1, где $\overrightarrow{V_p'}, \overrightarrow{V_p}$ – векторы скорости ЛА при наличии и отсутствии мешающих факторов, $\overrightarrow{V_{p1}}$ – тангенциальная составляющая скорости, $\overrightarrow{V_{д2}}$ – нормальная составляющая скорости, φ – угол визирования ЛА между вектором скорости ЛА и горизонтом, при отсутствии мешающих факторов; θ_p – угол визирования ЛА при наличии мешающих факторов; D/D_0 – относительная дальность до ЛА с момента начала полета, H/H_0 – относительная высота полета ЛА; D_0, H_0 – максимальная дальность и высота полета ЛА; 1 – траектория ЛА без мешающих факторов, 2 – траектория ЛА при наличии случайных мешающих факторов.

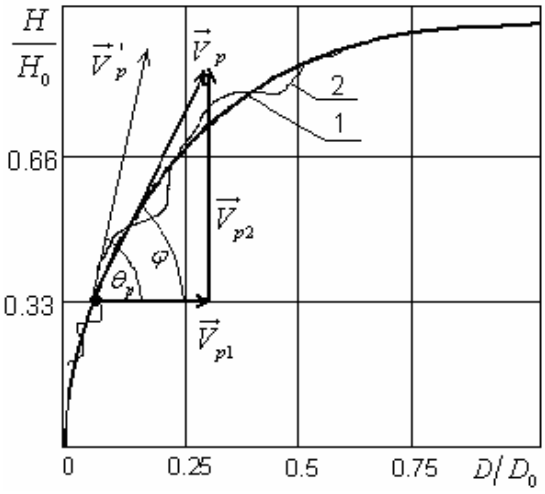


Рисунок 1

На рисунке 1 $\overrightarrow{V_{p2}}$ – характеризует изменение расстояния по направлению в единицу времени, а $\overrightarrow{V_{д1}}$ – изменение дальности с момента начала полета также в единицу времени.

Исходя из рисунка 1, перемещение ЛА в вертикальной плоскости описывается уравнениями:

$$\begin{cases} V_{\partial 1} = \dot{D} = V_{\partial} \cos\varphi, \\ V_{\partial 2} = \dot{H} = V_{\partial} \sin\varphi. \end{cases} \quad (1)$$

Переходя к полярным координатам, можно записать нормальную составляющую скорости для случаев, когда мешающие факторы есть и при их отсутствии.

$$\begin{cases} \dot{\varphi} D = -V_p \sin\varphi, \\ \dot{\theta}_p D = -V_p' \sin\theta_p. \end{cases} \quad (2)$$

Вычитая из второго уравнения системы (2) первое и дифференцируя обе части полученного выражения, получаем следующий результат:

$$\dot{D}(\dot{\theta}_p - \dot{\varphi}) + D(\ddot{\theta}_p - \ddot{\varphi}) = -V_p \dot{\varphi} \cos\varphi + V_p' \dot{\theta}_p \cos\theta_p . \quad (3)$$

Выражение (3) можно преобразовать к виду:

$$\ddot{\delta} = a \cdot \dot{\delta} + b \cdot U , \quad (4)$$

где $a = -\dot{D}/D$; $b = 1/D$; $\delta = \theta_p - \varphi$;

$\dot{\delta} = \dot{\theta}_p - \dot{\varphi}$; $U = J_p - J_{pm}$; $J_{pm} = V_p \dot{\varphi} \cos\varphi$;

$J_p = V_p' \dot{\theta}_p \cos\theta_p$ – требуемое и текущее значения нормального ускорения ЛА; $\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}_p$ – значения скорости изменения угла визирования ЛА при отсутствии и с учетом мешающих факторов; $\delta, \dot{\delta}$ – сигналы ошибки и производной ошибки наведения ЛА, V_p' – скорость ЛА при воздействии мешающих факторов.

С учетом всех этих допущений задачу синтеза алгоритма автономного траекторного управления ЛА можно сформулировать следующим образом. Для ОУ, перемещение которого определяется типовым кинематическим уравнением (4), необходимо определить оптимальное управление U^*, переводящее ЛА из начального состояния $\varphi(0)$ в конечное $\varphi(t_к)$ и доставляющее минимум функционалу качества [2]:

$$J(\theta_p, \dot{\theta}_p, t) = \int_0^T F(\theta_p, \dot{\theta}_p, t) \to \min \ , \quad (5)$$

где $F(\theta_p, \dot{\theta}_p, t) = \alpha\delta^2 + (1-\alpha)\dot{\delta}^2 + \beta U^2(t)$;

α, β – некоторые положительные весовые коэффициенты.

В теории оптимального управления сформулирована задача оптимальной стабилизации полета ЛА с фиксированным левым концом $\varphi(0) = \varphi_0$, фиксированным правым концом $\varphi(t_к) = 0$ и фиксированным временем процесса $t_к$, где $t_к$ – время вывода ЛА на прямолинейную траекторию. Введя фазовые переменные $x_1 = \theta_p - \varphi$, $x_2 = \dot{\theta}_p - \dot{\varphi}$, получим стандартную форму записи уравнений движения ЛА:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a x_2 + bU \end{cases} \quad (6)$$

В данной постановке задачу определения оптимального управления можно решить с помощью метода динамического программирования Беллмана [3], при этом функция Беллмана зависит только от состояния *x*. Уравнение Беллмана имеет вид:

$$\min_U \left[\alpha x_1^2 + (1-\alpha) x_2^2 + \beta U^2 + K_1 x_2 + K_2 E) \right] = 0 , \quad (7)$$

где $K_1 = \partial\mu/\partial x_1$, $K_2 = \partial\mu/\partial x_2$, $E = (a x_2 + bU)$,

$\mu(x)$ – функция Беллмана. Поскольку на функцию управления U нет ограничений, то для определения значения $\tilde{U}$, при котором достигается указанный минимум, приравняем к нулю производную по U выражения в скобках (7). В результате получим:

$$\tilde{U} = -(b \cdot \hat{E}_2)/(2 \cdot \beta) . \quad (8)$$

Подставив функцию (8) в уравнение (7), получим нелинейное уравнение в частных производных первого порядка:

$$\alpha x_1^2 + (1-\alpha) x_2^2 + x_2 K_1 + a x_2 K_2 - \left(b^2 K_2^2\right)/4\beta = 0 . \quad (9)$$

Представим функцию Беллмана в виде квадратичной формы [4]:

$$\mu(x_1, x_2) = A x_1^2 + 2B x_1 x_2 + C x_2^2 , \quad (10)$$

где *A, B, C* – неизвестные коэффициенты. Подставим (10) в дифференциальное уравнение (9) и, так как переменные x_1 и x_2 независимы, приравняем к нулю коэффициенты при различных произведениях переменных. Решив систему трех уравнений с тремя неизвестными *A, B, C,* получим следующие выражения:

$$\grave{A} = \frac{1}{b}\sqrt{a^2\alpha\beta + b^2\alpha(1-\alpha) + 2b\alpha\sqrt{\alpha\beta}} \ , B = \sqrt{\alpha\beta}/b ,$$

$$C = \left[a\beta + \sqrt{a^2\beta^2 + b^2\beta\alpha + 2b\beta\sqrt{\alpha\beta}} \right] / b^2 . \quad (11)$$

Вычислим частные производные K_1 и K_2:

$$K_1 = 2Bx_1 + 2Cx_2 ; \ K_2 = 2Ax_1 + 2Bx_2 . \quad (12)$$

Подставляя в дифференциальное уравнение (9) значения (11), (12), получаем выражение для оптимального управления:

$$U^* = -\sqrt{\alpha/\beta} \cdot x_1 - \left(a/b + \sqrt{a^2 + \gamma_1 + \gamma_2}/b \right) \cdot x_2 , \quad (13)$$

где $\gamma_1 = b^2(1-\alpha)/\beta$; $\gamma_2 = 2b\sqrt{\alpha/\beta}$.

Угол визирования ЛА φ в системах автономного управления рассчитывается заранее и хранится в запоминающем устройстве бортового вычислительного комплекса ЛА.

Определение угла визирования ЛА φ также является вариационной задачей, где в качестве критерия оптимальности рассматривается максимизация скорости ЛА в конце участка выведения на

прямолинейную траекторию. Для решения данной задачи представим движение ЛА в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{V}_{p1} = J_p \cos\varphi,\ \dot{V}_{p2} = J_p \sin\varphi, \\ \dot{D} = V_{p1},\ \dot{H} = V_{p2}. \end{cases} \quad (14)$$

Решение данной задачи в теории оптимального управления [5] сводится к составлению гамильтониана системы:

$$H = \lambda_{V_{p1}} \dot{V}_{p1} + \lambda_{V_{p2}} \dot{V}_{p2} + \lambda_D V_{p1} + \lambda_H V_{p2} \quad (15)$$

и определению условия оптимальности:

$$\frac{\partial H}{\partial \varphi} = -\lambda_{V_{p1}} \sin\varphi + \lambda_{V_{p2}} \sin\varphi = 0\,. \quad (16)$$

При решении дифференциального уравнения (16), с учетом (14), (15) оптимальное управление направлением ускорения ЛА $J_p(t)$ примет вид:

$$tg\varphi(t) = tg\varphi_0 \left(1 - 2t/t_к\right), \quad (17)$$

где φ_0 – начальный угол ускорения ЛА $J_p(t)$. Соответственно выражение для $\varphi(t)$ определяется:

$$\varphi(t) = arctg\left[\varphi_0 \left(1 - 2t/t_к\right)\right]. \quad (18)$$

Для получения уравнения оптимального управления (13) необходимо знать не только выражение, определяющее $\varphi(t)$, но и выражение для $\dot{\varphi}(t)$. С этой целью продифференцируем выражение (18) по времени:

$$\dot{\varphi}(t) = -2\varphi_0 \Big/ \left[t_к \left(t + \varphi_0 \left(1 - 2t/t_к\right)\right)\right]. \quad (19)$$

В соответствии с (13) для уменьшения влияния мешающих факторов в состав бортового измерительного комплекса автономного управления ЛА должны быть включены устройства оптимального оценивания параметров $\hat{D}$, $\hat{\dot{D}}$, $\hat{\theta}_\partial$, $\hat{\dot{\theta}}_\partial$, $\hat{\varphi}$, $\hat{\dot{\varphi}}$. При этом значения оценок $\hat{\varphi}$, $\hat{\dot{\varphi}}$ должны храниться в запоминающем устройстве бортовой информационно-вычислительной системы ЛА. Значения $\hat{D}, \hat{\dot{D}}$ можно получить в бортовом измерительном комплексе, обрабатывая сигналы, отраженные от характерных участков местности (опорных радиоориентиров). Оценки $\hat{\theta}_\partial, \hat{\dot{\theta}}_\partial$ достаточно просто формируются по выходным сигналам датчиков, сориентированных по соответствующим осям ЛА.

Для адаптации параметров в зависимости от оценок $\hat{D}$, $\hat{\dot{D}}$, $\hat{\theta}_\partial$, $\hat{\dot{\theta}}_\partial$, $\hat{\varphi}$, $\hat{\dot{\varphi}}$. необходимо в контур управления ввести устройство формирования и хранения значений α, β. В зависимости от значений оценок $\hat{D}$, $\hat{\dot{D}}$, $\hat{\theta}_\partial$, $\hat{\dot{\theta}}_\partial$, $\hat{\varphi}$, $\hat{\dot{\varphi}}$. из данного устройства будут выбираться конкретные значения α, β. Функциональная схема линеаризованного контура полученного алгоритма управления ЛА представлена на рисунке 2. В отличие от ранее известного в контуре управления добавились: устройство формирования коэффициентов α, β, а также устройства, определяющие вес ошибки δ и производной ошибки $\dot{\delta}$ в сигнале оптимального управления.

Экспериментальная часть. Проверка эффективности полученного алгоритма автономного управления ЛА осуществлялась с помощью имитационного моделирования, которое было направлено на выявление особенностей функционирования в условиях действия мешающих факторов. Для проведения анализа использовалась идеальная траектория (ИТ) наведения ЛА, определяемая выражением (18). Реальная траектория представлялась в виде суммы ИТ и помехи. В качестве модели мешающего фактора возьмем зависимость скорости ветра $V_в$ от высоты над уровнем моря.

Известно [6], что на высотах с 9 до 25 километров от уровня моря и на широтах между 25 и 70 градусами в каждом полушарии наблюдаются струйные течения, причем максимальные скорости течения располагаются на высотах 9 – 14 км. Длина струйных течений достигает нескольких

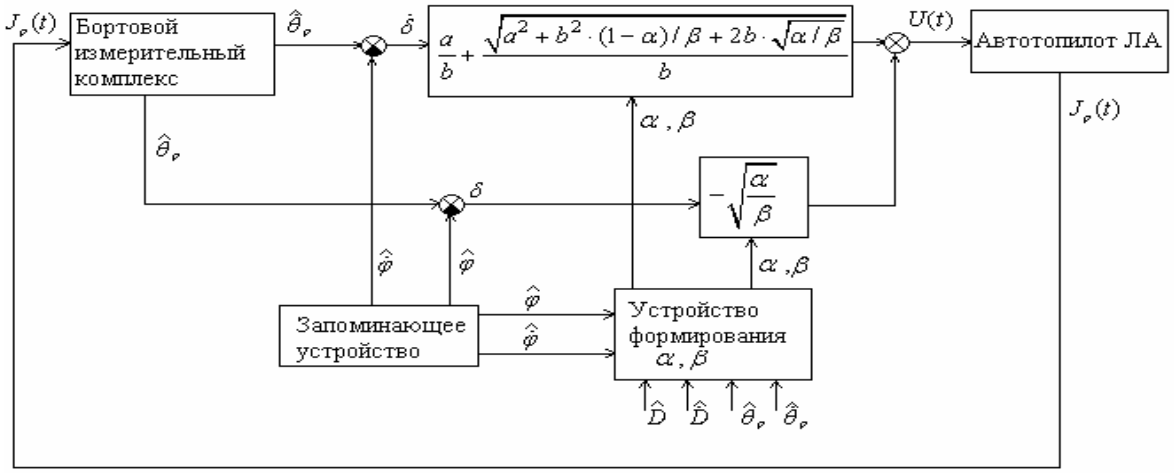


Рисунок 2

тысяч километров, ширина и высота – сотен и нескольких километров соответственно.

Зависимости значения скорости ветра от высоты представлены на рисунке 3, где обозначения соответствуют: 1 – влажности воздуха – 98 %; 2 – влажности воздуха – 90 %; 3 – влажности воздуха – 60 %.

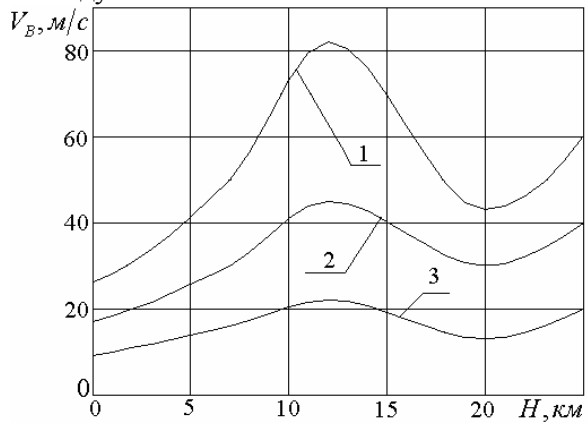


Рисунок 3

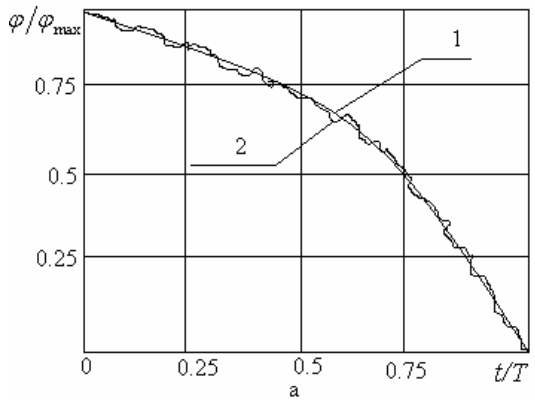
Так как порывы ветра в зависимости от высоты имеют разное значение скорости, то в качестве модели изменения коэффициента α целесообразно взять эмпирическое правило, учитывающее максимальную D_0 и текущую D дальность полета ЛА:

$$\alpha = \left(D_0 - D\right)/D_0 \ . \qquad (20)$$

В соответствии с этим правилом в начале наведения ($D = D_0$) превалирует вес производной сигнала ошибки $\dot{\delta}$, в то время как на конечном этапе наведения преобладает вес сигнала ошибки δ.

Значение коэффициента β определяется исходя из допустимого радиуса кривизны траектории ЛА, рассчитываемого по заданной предельной перегрузке.

На рисунке 4 показан процесс управления ЛА при искажении ИТ порывами ветра (рисунок 4, а) с применением полученного алгоритма управления (13), при этом коэффициент α изменяется по правилу (20) и без него (рисунок 4, б), где 1 – ИТ , 2 – траектория наведения при наличии мешающих факторов.



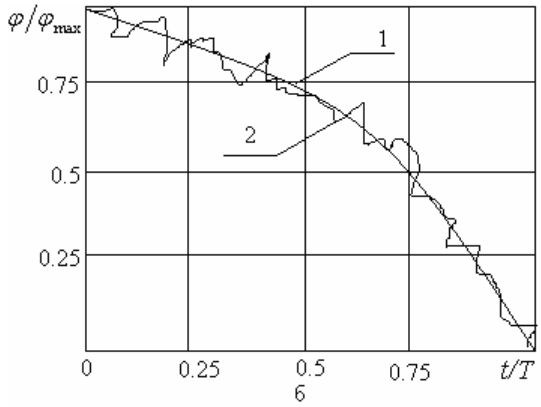


Рисунок 4

Имитационное моделирование (рисунок 4) показывает, что при воздействии случайных, быстро изменяющихся мешающих факторов происходит существенное отклонение ЛА от ИТ. Однако при наведении ЛА согласно полученному алгоритму (13) происходит плавное сближение ЛА с расчетной траекторией, при этом уменьшаются ошибки наведения δ в среднем на 10..20 %. Зависимости изменения относительного сигнала ошибки δ/δ_0 представлены на рисунке 5, где 1 – ЛА наводится без учета порывов ветра, 2 – ЛА наводится согласно полученному алгоритму.

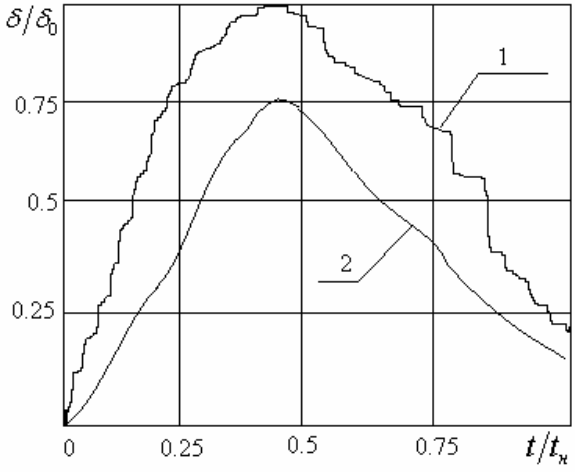


Рисунок 5

Выводы. Результаты исследований показали, что при автономном наведении ЛА полученный алгоритм уменьшает чувствительность траектории полета ЛА к случайным мешающим факторам на 10..20 %. Изменяя значения коэффициентов α, β от 1 до 0 (варьируя вес членов, входящих в функционал качества (5)), можно изменять крутизну траектории ЛА, тем самым осуществлять изменение значений поперечного ускорения ЛА.

Библиографический список

1. *Вейцель В.А.* Радиосистемы управления. – М.: Дрофа, 2005. – С. 65–68.

2. *Кириллов С.Н., Токарь А.Д.* Эффективный алгоритм наведения объекта управления на маневрирующие воздушные цели // Вестник РГРТА. Рязань, 2008. Вып. 24. – С. 3–36.

3. *Канащенков А.И., Меркулов В.И.* Авиационные системы радиоуправления. Т1. – М.: Радиотехника, 2003. – С. 65–68.

4. *Ванько В.И., Ермошина О.В.* Вариационное исчисление и оптимальное управление. – М.: МГТУ им. Баумана, 2001. – С. 305–309.

5. *Брайсон А., Хо Ю – Ши.* Прикладная теория оптимального управления. – М.: МИР, 1972. – С. 74–80.

6. *Зимин Г.В.* Справочник офицера противовоздушной обороны. – М.: Воениздат, 2001. – С. 41–49.