

## ПЕРЕДАЧА И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 621.319

**В.К. Клочко, Е.П. Чураков**

### АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПОМОЩЬЮ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

*Предложен алгоритм формирования трехмерного изображения земной поверхности в режиме реального луча бортовой радиолокационной станции с антенной решеткой, основанный на восстановлении поля отражения в пределах зоны видимости РЛС.*

**Ключевые слова:** разрешающая способность РЛС, антенная решетка, трехмерное радиоизображение.

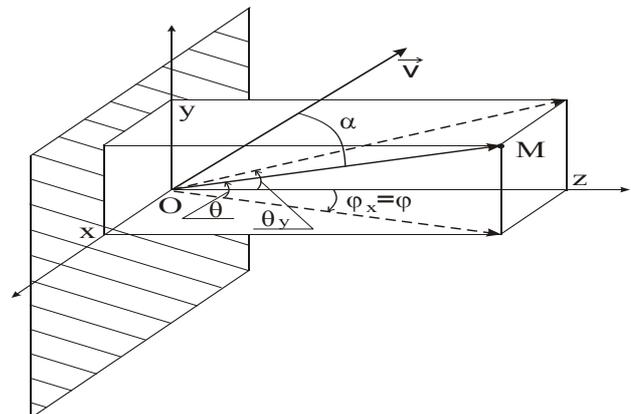
**Введение.** Антенные решетки (АР) активно внедряются в практику радиолокационных наблюдений земной поверхности для различных режимов работы бортовой РЛС [1]. Режим реального луча (РЛ) отличается простотой реализации (в сравнении с режимом синтезирования апертуры), отсутствием ограничений на движение носителя РЛС, возможностью осуществления маневра и наблюдения вперед по курсу полета. Однако низкая разрешающая способность режима РЛ, определяемая шириной диаграммы направленности антенны (ДНА), ограничивает его применение малой дальностью наблюдения при маловысотном полете (МВП). При этом актуальна задача формирования трехмерного изображения рельефа местности при МВП, что дает возможность своевременно реагировать на высотные препятствия по курсу полета.

*Целью работы* является разработка алгоритма формирования трехмерного изображения земной поверхности бортовой РЛС с АР, работающей в режиме РЛ.

**Модель измерений.** Наблюдение земной поверхности ведется в антенной прямоугольной системе координат  $o, x, y, z$ , ось  $OZ$  совпадает с центральным направлением излучения и приема отраженных сигналов. Также используется система координат  $R, \varphi_x, \theta_y$ , где  $R$  – наклонная дальность;  $\varphi_x$  – угол между осью  $OZ$  и геометрической проекцией луча РЛС на горизонтальную плоскость  $o, x, z$ ;  $\theta_y$  – угол между осью  $OZ$  и геометрической проекцией луча на вертикальную плоскость  $o, y, z$ .

Антенна выполнена в форме плоской  $Q \times K$ -решетки с  $QK$  элементами, расположенными в матричном порядке и работающими на излучение и прием отраженных сигналов. Центры приемных элементов антенны расположены в точках  $M(x_k, y_q)$  с координатами  $x_k, y_q, k = \overline{1, K}, q = \overline{1, Q}$ .

На рисунке 1 показано следующее: заштрихованная часть – плоскость антенны;  $o, x, y, z$  – прямоугольные антенные координаты;  $\varphi, \theta$  – сферические угловые координаты (азимут и угол места);  $\varphi_x = \varphi$  – азимут и  $\theta_y$  – угол места в проекции на координатную плоскость  $o, y, z$ ;  $\vec{OM}$  – вектор луча отражения от точки  $M$ ;  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{OM}$  и вектором скорости  $\vec{V}$  движения носителя РЛС. Дальнейшие рассуждения ведутся в антенной системе  $R, \varphi_x, \theta_y$  (символы  $x$  и  $y$  для удобства будут опущены).



**Рисунок 1 – Антенная система координат**

Принимаемые в  $q, k$ -х приемных элементах антенны сигналы проходят в  $q, k$ -х каналах тракт первичной обработки, включающий стробирование по дальности, фазовое детектирование и фильтрацию на низких частотах [2, 3]. В результате на видеочастоте в каждом  $q, k$ -м канале и  $l$ -м элементе разрешения дальности  $r_l$ ,  $l = 1, \dots, L$ , где  $L$  – число таких элементов, получаются сигналы, комплексная модель которых [3, 4] представлена следующими выражениями:

$$\dot{s}_{q,k}(l) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \dot{u}(i, j, l) \dot{g}_{q,k}(i, j) + \dot{p}_{q,k}(l), \quad (1)$$

$$q = \overline{1, Q}, \quad k = \overline{1, K}, \quad l = \overline{1, L},$$

$$\dot{u}(i, j, l) = u(i, j, l) \exp\{i\xi_l\},$$

$$\xi_l = \varepsilon - 4\pi r_l / \lambda,$$

$$\dot{g}_{q,k}(i, j) = g(i, j) \exp\{-i4\pi\delta_{q,k} / \lambda\},$$

$$g(i, j) = \exp\{-\mu(\theta_i^2 + \varphi_j^2) / \Delta^2\},$$

где  $\dot{u}(i, j, l)$  – комплексная амплитуда принимаемого сигнала в  $l$ -м элементе разрешения дальности с углового направления  $\theta_i, \varphi_j$ ; множитель  $i$  под знаком экспоненты – мнимая единица;  $\xi_l$  – изменение фазы сигнала при приеме в  $l$ -м элементе дальности;  $u(i, j, l)$  – амплитуда сигнала отражения в  $i, j$ -м угловом направлении и  $l$ -м элементе дальности, характеризующая отражающую способность  $i, j, l$ -го пространственного элемента разрешения (ненулевая для элемента земной поверхности);  $\varepsilon$  – неизвестное изменение фазы в  $l$ -м элементе дальности, которое в  $l$ -м элементе можно считать неизменным, а на множестве таких элементов – случайным, равномерно распределенным на  $[0, 2\pi]$ ;  $\lambda$  – длина волны;  $\dot{g}_{q,k}(i, j)$  – комплексная нормированная ДНА, амплитудная часть которой  $g(i, j)$  – известная функция  $\theta_i$  и  $\varphi_j$  ( $\mu$  – известный коэффициент);  $\Delta$  – ширина круговой ДНА;  $\delta_{q,k} = \delta_{q,k}(\theta_i, \varphi_j)$  – известное опережение или запаздывание принимаемого сигнала по фазе в  $q, k$ -м приемном элементе с направления  $\theta_i, \varphi_j$  по сравнению с центром антенны;  $\dot{p}_{q,k}(l)$  – комплексный гауссовский белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_p^2$  действительной и мнимой частей.

Суммирование в (1) ведется по  $i, j$ -м элементам дискретизации угломерной области  $\{(\theta, \varphi)\}$  в пределах ДНА ( $m$  и  $n$  – заданное число элементов дискретизации по  $\theta$  и  $\varphi$ ). Общее число каналов обработки составляет  $QK$ .

Расчет  $\delta_{q,k} = \delta_{q,k}(\theta, \varphi)$  в угловых антенных координатах  $\varphi, \theta$  сводится к следующему. Для плоского фронта волны вектор нормали  $\vec{n} = (x, y, z) = (z \operatorname{tg} \varphi, z \operatorname{tg} \theta, z)$ , или для узкой ДНА  $\vec{n} = (x, y, z) = (\operatorname{tg} \varphi, \operatorname{tg} \theta, 1) \approx (\varphi, \theta, 1)$ .

По формуле расстояния от точки  $M(x_k, y_q)$  центра  $q, k$ -го элемента антенны до плоскости волны, проходящей через центр антенны, получаем

$$\delta_{q,k} = (x_k \varphi + y_q \theta) / \sqrt{1 + \varphi^2 + \theta^2}. \quad (2)$$

Для ширины ДНА  $\Delta$  порядка  $1^0 - 2^0$  (в радианах это малая величина по сравнению с единицей) формулу (2) можно упростить:

$$\delta_{q,k} \approx x_k \varphi + y_q \theta. \quad (3)$$

**Постановка задачи.** Задача сверхразрешения в антенной решетке заключается в выделении комплексных амплитуд  $\dot{u}(i, j, l)$  в (1) на основе измеряемых сигналов  $\dot{s}_{q,k}(l)$ ,  $q = \overline{1, Q}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $l = \overline{1, L}$ . Координаты  $\theta_i, \varphi_j, r_l$  пространственных  $i, j, l$ -х элементов дискретизации, амплитуда которых  $|\dot{u}(i, j, l)|$  превышает порог обнаружения полезного сигнала, представляют трехмерное изображение участка земной поверхности по ширине ДНА.

Задача решается независимо в каждом  $l$ -м элементе разрешения дальности и сводится к решению системы  $QK$  уравнений (1) с помехами относительно  $mn$  неизвестных  $\dot{u}(i, j, l)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$  ( $m < Q$ ,  $n < K$ ). При решении (1) в матричной форме в общем случае используется псевдообратная матрица или методы регуляризации [5].

С целью сокращения вычислительных операций при решении системы (1) двойное суммирование в (1) можно заменить [4] повторным суммированием. Для этого учтем свойство функции  $g(i, j)$  в (1), позволяющее разделить ее по переменным  $\theta_i$  и  $\varphi_j$ :

$$g(i, j) = \alpha(\theta_i) \beta(\varphi_j),$$

$$\text{где} \quad \alpha(\theta_i) = \exp\{-\mu \theta_i^2 / \Delta^2\},$$

$$\beta(\varphi_j) = \exp\{-\mu \varphi_j^2 / \Delta^2\}, \text{ а также формулу} \quad (3).$$

Тогда для комплексной ДНА имеем:

$$\dot{g}_{q,k}(i, j) = \dot{\alpha}_q(\theta_i) \dot{\beta}_k(\varphi_j), \quad (4)$$

где

$$\dot{\alpha}_q(\theta_i) = \exp\{-\mu \theta_i^2 / \Delta^2\} \exp\{-i \frac{4\pi}{\lambda} y_q \theta_i\},$$

$$\dot{\beta}_k(\varphi_j) = \exp\{-\mu\varphi^2/\Delta^2\} \exp\left\{-i\frac{4\pi}{\lambda}x_k\varphi\right\}$$

С учетом (4) модель (1) принимает вид повторной суммы:

$$\dot{s}_{q,k}(l) = \sum_{i=1}^m \dot{\alpha}_q(\theta_i) \sum_{j=1}^n \dot{u}(i,j,l) \dot{\beta}_k(\varphi_j) + \dot{p}_{q,k}(l), \quad (5)$$

или в матричной форме:

$$S = AUB + P, \quad (6)$$

где  $S$  –  $Q \times K$ -матрица измерений  $\dot{s}_{q,k}(t)$ ,  $q = \overline{1, Q}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ;  $A$  –  $Q \times m$ -матрица коэффициентов  $\dot{\alpha}_q(\theta_i)$ ,  $q = \overline{1, Q}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ;  $U$  –  $m \times n$ -матрица искомым амплитуд;

$B$  –  $n \times K$ -матрица коэффициентов  $\dot{\beta}_k(\varphi_j)$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , записанная в транспонированном виде по отношению к матрице  $A$ ;  $P$  –  $Q \times K$ -матрица помех  $\dot{p}_{q,k}$ ,  $q = \overline{1, Q}$ ,  $k = \overline{1, K}$ .

С позиции модели (6) задача заключается в оценивании искомой матрицы  $U$  комплексных амплитуд.

**Метод решения задачи.** Оптимальную оценку  $\hat{U}$  матрицы  $U$  находим по критерию минимума следа матрицы  $(S - AUB)^H (S - AUB)$  по формуле [4]:

$$\hat{U} = (A^H A + \delta I)^{-1} A^H \cdot S \cdot B^H (B B^H + \delta I)^{-1}, \quad (7)$$

где  $H$  – символ операции транспонирования и сопряжения;  $I$  – единичная матрица;  $\delta$  – параметр регуляризации.

Операции (7) удобно выполнять в виде двухэтапной процедуры:

$$X = W_A \cdot S \Rightarrow X^H. \quad (8)$$

$$\hat{U}^H = W_B^H \cdot X^H \Rightarrow \hat{U} = (\hat{U}^H)^H,$$

где  $W_A = (A^H A + \delta I)^{-1} A^H$ ,  $W_B = B^H (B B^H + \delta I)^{-1}$  – матрицы комплексных весовых коэффициентов. Для круговой ДНА ( $m = n$ ):  $B = A^H$ .

Модули  $|\hat{u}(i,j,l)|$  элементов комплексной матрицы оценок  $\hat{U}$ , превышающие порог обнаружения полезного сигнала, по совокупности значений  $i, j$  дают амплитудное изображение участка земной поверхности в  $l$ -м элементе разрешения дальности по ширине ДНА. На множестве значений  $l$  получаем трехмерное изображение поверхности в виде совокупности точек с координатами  $x = \varphi_j r_l$ ,  $y = \theta_i r_l$ ,  $z = r_l$  в антенной прямоугольной системе координат.

**Алгоритм формирования трехмерного изображения.**

1. Луч антенны с помощью электронного управления сканирует зону обзора, смещаясь по азимуту и углу места построчно на ширину ДНА (на уровне 0,5 мощности). При каждом положении луча по ширине ДНА формируется трехмерное изображение участка зоны обзора следующим образом.

2. После послышки зондирующих импульсов отраженные сигналы принимаются  $q, k$ -ми элементами АР (одиночными или объединенными в группы), которые расположены в плоскости АР в матричном порядке по  $q$ -м строкам и  $k$ -м столбцам ( $q = \overline{1, Q}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ).

3. Принятые сигналы поступают в  $q, k$ -е приемные каналы, проходят в них тракт первичной обработки, в результате которой на видеочастоте выделяются комплексные амплитуды  $\dot{s}_{q,k}(l)$  принимаемых сигналов ( $q = \overline{1, Q}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ) в каждом  $l$ -м элементе разрешения по дальности ( $l = \overline{1, L}$ ).

4. Комплексные амплитуды  $\dot{s}_{q,k}(l)$  помещаются в  $Q \times K$ -матрицу измерений  $S$  в каждом  $l$ -м элементе дальности. Дальнейшая обработка осуществляется в  $l$ -х элементах дальности независимо и параллельно в антенной системе угловых координат  $\varphi, \theta$ .

5. Матрица  $S$  умножается слева на рассчитанную заранее  $m \times Q$ -матрицу весовых коэффициентов  $W_A$ . Получается  $m \times K$ -матрица  $X$  восстановленного по строкам изображения:  $X = W_A S$ .

6. Матрица  $X$  умножается справа на рассчитанную заранее  $K \times n$ -матрицу весовых коэффициентов  $W_B$ . Получается  $m \times n$ -матрица  $U$  восстановленного по строкам и столбцам изображения ( $m < Q$ ,  $n < K$ ) с повышенным в  $mn$  раз угловым разрешением:  $U = X W_B$  ( $m$  и  $n$  – число элементов дискретизации координат  $\varphi$  и  $\theta$  по ширине ДНА).

7. Вычисляются модули  $u(i,j,l) = |\hat{u}(i,j,l)|$   $i, j$ -х комплексных элементов матрицы  $U$  ( $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ) и запоминаются номера  $i, j$  амплитуд  $u(i,j,l)$ , которые превышают порог обнаружения полезного сигнала  $\gamma_0$ :  $u(i,j,l) > \gamma_0$  в  $l$ -м элементе дальности.

8. На множестве  $l$ -х элементов дальности ( $l = \overline{1, L}$ ) для запомненных номеров  $i, j, l$ , имеющих угловые координаты  $\theta_i, \varphi_j$  и дальность  $r_l$ , вычисляются прямоугольные координаты  $x = \varphi_j r_l$ ,  $y = \theta_i r_l$ ,  $z = r_l$ , совокупность которых

представляет трехмерное изображение по ширине ДНА AP.

9. Для всех положений сканирующего луча антенны получается трехмерное изображение участка земной поверхности или воздушной обстановки в зоне обзора в виде совокупности точек с координатами  $x, y, z$ .

10. Полученные координаты пересчитываются в глобальную систему координат с целью пространственно-временной обработки изображений.

Оценки (8) можно представить в виде линейной комбинации измерений с весовыми коэффициентами:

$$\dot{x}_{i,k} = \sum_{q=1}^Q w_q^A(i) \dot{s}_{q,k}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (9)$$

$$\dot{y}(i, j, l) = \sum_{k=1}^K w_k^B(j) \dot{x}_{i,k}, \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (10)$$

где  $w_q^A(i)$  и  $w_k^B(j)$  – элементы матриц весовых коэффициентов  $W_A$  и  $W_B$ .

Таким образом, решение задачи восстановления двумерного изображения  $U$  сводится к последовательному решению двух одномерных задач. При этом операции (9), (10) решения систем уравнений можно осуществлять рекуррентно [6].

Точность оценок амплитуд при заданном числе  $m, n$  элементов дискретизации угломерной области  $\{(\theta, \varphi)\}$  определяется числом и взаимным расположением элементов антенной решетки и соответственно структурой матриц  $A$  и  $B$ . Ковариационную матрицу ошибок оценивания на каждом этапе оценивания (9) приближенно можно определить по формуле  $Cov = 2\sigma_p^2 (A^H A + \delta I)^{-1}$ . Наоборот, при заданном предельном значении СКО ошибки оценивания находятся числа  $m$  и  $n$ , определяющие угловую

разрешающую способность трехмерного изображения.

**Заключение.** Выбранная угловая антенная система координат позволяет описать ДНА антенной решетки в виде функции с разделенными переменными. Это дает возможность использовать для рассматриваемой модели измерения метод восстановления изображения в виде двухэтапной процедуры: вначале восстанавливается изображение по строкам, а затем по столбцам, т.е. двумерная задача заменяется двумя одномерными.

В результате за счет более эффективной организации вычислений значительно уменьшается количество вычислительных операций в сравнении с прямым решением системы уравнений (1) при одинаковом числе каналов [4], что важно для работы в реальном масштабе времени.

#### Библиографический список

1. Активные фазированные антенные решетки / под ред. Д.И. Воскресенского и А.И. Канащенкова. М.: Радиотехника. 2004. 487 с.
2. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / А. Н. Антипов, В. Т. Горяинов, А. Н. Кулин и др.; под ред. В. Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.
3. Ключко В.К., Неуен Ч.Т. Математическая модель системы формирования трехмерных радиоизображений на основе доплеровской фильтрации и оценивания координат // Вестник РГРТУ. 2013. № 2. С. 11-18.
4. Ключко В.К. Математические методы восстановления и обработки изображений в радиотеплоэлектронных системах. Рязань: РГРТУ, 2009. 228 с.
5. Математические основы теории систем: учеб. пособие / Л.Д. Певзнер, Е.П. Чураков. М.: Высш. шк., 2009. 503 с.
6. Ключко В.К., Чураков Е.П. Восстановление изображений рекуррентным методом решения системы уравнений // Вестник РГРТУ. № 1. 2010. С. 92 – 95.

УДК 621.376.9

**В.А. Белокуров**

## РЕКУРРЕНТНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ МАНЕВРИРУЮЩЕГО ОБЪЕКТА

*Рассмотрен модифицированный алгоритм обнаружения малоразмерного маневрирующего объекта на основе последовательного метода Монте-Карло. Известный алгоритм не учитывает радиальное ускорение объекта и «размывание» спектра отражённого сигнала по частотным каналам. Ввод в вектор состояния радиального ускорения объекта и использование отфильтрованного значения при построении вектора измерений позволяют компенсировать «размывание» спектра сигнала. Имитационным моделированием показано, что для рассмотренного примера обнаружения отражён-*

ного от маневрирующего объекта радиосигнала удаётся повысить вероятность существования объекта с 0,5 для известного алгоритма до 0,95 для предлагаемого и уменьшить пороговое отношение сигнал-шум на 2 дБ.

**Ключевые слова:** рекуррентная формула Байеса, радиальное ускорение, вероятность существования объекта, характеристики обнаружения.

**Введение.** Перспективным подходом к построению современных систем обработки отражённых радиосигналов является объединение первичной и вторичной обработки в единый алгоритм [1].

При таком подходе в качестве источника данных используются результаты когерентного накопления отраженных сигналов (амплитудный спектр) и последующая численная аппроксимация формулы Байеса смешанной апостериорной плотности распределения вероятностей (САПРВ) для вектора состояния и события существования объекта [2].

При использовании подобного подхода решение о наличии объекта принимается сравнением с порогом обнаружения вероятности существования объекта, вычисляемой на основе совместной апостериорной плотности распределения вероятностей.

При классическом разделении обработки отражённых радиосигналов на этапы первичной и вторичной обработки применяются два порога обнаружения [3]. Порог обнаружения на этапе первичной обработки выбирается исходя из заданной вероятности ложной тревоги. Порог на этапе вторичной обработки выбирается исходя из вероятности ложной завязки траектории. При этом автоматически отбрасываются отсчёты амплитудного спектра, не превысившие порог обнаружения, которые при малом отношении сигнал-шум могут содержать информацию о объекте.

Обнаружение малоразмерного маневрирующего объекта затрудняется при наличии радиального ускорения, которое приводит к «размыванию» спектра отражённого сигнала по нескольким частотным каналам [4].

**Цель работы** — повысить эффективность обнаружения малоразмерного объекта [2] путём ввода оценки ускорения из вектора состояния в моделируемый вектор измерений входного сигнала.

**Постановка задачи.** Вектор  $\mathbf{x}_k$  состояния в  $k$ -й момент времени определяется соотношением:

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}),$$

где  $f(\bullet)$  — нелинейная функция, связывающая

вектор состояния на  $k$ -м и  $(k-1)$ -м шагах;  $\mathbf{v}$  — вектор шумов процесса на  $(k-1)$ -м шаге.

Включим в вектор  $\mathbf{x}_k$  состояния, кроме амплитуды  $I$  сигнала и межпериодного набега фазы  $\varphi_c$ , скорость измерения межпериодного набега фазы  $\dot{\varphi}_c$ :

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \varphi_c \\ \dot{\varphi}_c \\ I \end{bmatrix}.$$

Вектор  $\mathbf{z}_k$  измерений на  $k$ -м шаге связан с вектором состояния соотношением:

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{n}_k),$$

где  $h(\bullet)$  — функция, связывающая вектор  $\mathbf{x}_k$  состояния с вектором  $\mathbf{z}_k$  измерений;  $\mathbf{n}_k$  — вектор шумов наблюдений на  $k$ -м шаге с дисперсией  $\sigma_n^2$ .

Рекуррентный алгоритм обнаружения малоразмерного объекта состоит в вычислении на каждом шаге САПРВ  $p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1:k})$  с помощью формулы Байеса [2]:

$$p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, E_k = 1) p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})},$$

где  $\mathbf{x}_k$  — вектор состояния на  $k$ -й момент времени;  $\mathbf{z}_k$  — измерения на  $k$ -м шаге;  $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, E_k = 1)$  — функция правдоподобия;  $E_k$  — индикатор существования объекта ( $E_k=1$  — объект существует,  $E_k=0$  — объект отсутствует);  $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$  — нормирующий множитель, определяемый по правилу:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_k,$$

$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$  — априорное распределение вектора состояния  $\mathbf{x}$  на  $k$ -м шаге, имеющее вид:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1},$$

$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$  — переходная плотность распределения вероятностей вектора состояния между  $k$ -м и  $k-1$ -м шагами.

В работе [1] показано, что САПРВ  $p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1:k-1})$  имеет вид:

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1,k-1}) &= \int p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = 1) \times \\
&\times p(\mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = 1 | \mathbf{z}_{1,k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} + \\
&+ p(\mathbf{x}_k, E_k = 1, E_{k-1} = 1 | \mathbf{z}_{k-1}) = \\
&= \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, E_k = 1, E_{k-1} = 1) (1 - P_d) \times \\
&\times p(\mathbf{x}_{k-1}, E_{k-1} = 1 | \mathbf{z}_{1,k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} + p_b(\mathbf{x}_k) P_b,
\end{aligned}$$

где  $P_d, P_b$  — априорные вероятности пропадания и появления объекта соответственно;  $p_b(\mathbf{x}_k)$  — априорная плотность распределения элементов вектора состояния  $\mathbf{x}_k$  на  $k$ -м шаге. Первое слагаемое в данном выражении характеризует вероятность существования объекта на  $k-1$  и  $k$ -м шагах, второе — вероятность появления на  $k$ -м шаге.

После вычисления  $p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1,k})$  определяется вероятность существования объекта, которая сравнивается с вероятностным порогом обнаружения. Порог обнаружения определяется на основе критерия Неймана - Пирсона. Для анализа подобных алгоритмов в зарубежной литературе [2] принято использовать вероятность существования объекта.

При задании динамики системы, т.е. взаимосвязи вектора состояния на  $k$ -м и  $(k-1)$ -м шагах, необходимо ввести переходную матрицу  $\mathbf{F}$ . При линейной модели изменения вектора состояния матрица  $\mathbf{F}$  имеет вид [2]:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $T$  — период между наблюдениями. Амплитуда  $I$  сигнала описывается односвязным марковским процессом. Необходимо отметить, что при такой постановке задачи не учитывается влияние радиального ускорения объекта на вектор измерений, т.е. на амплитудный спектр отражённого сигнала. Данная матрица используется при вычислении экстраполированных значений вектора состояния  $\mathbf{x}$  на  $k$ -м шаге для парциальных фильтров с индикаторами состояния  $E_{k-1}=1, E_k=1$ .

Модифицируем известный алгоритм [1] с учётом возможности оценки радиального ускорения на этапе накопления отражённого сигнала [4].

**Метод решения.** В качестве входных данных используются отсчёты амплитудного спектра  $\mathbf{z}_k$ , построенного в каждом из каналов по ускорению:

$$\mathbf{z}_k = |C(\mathbf{x}_k, \mathbf{n}_k)|,$$

где  $C$  — оператор преобразования Фурье. Век-

торные отсчёты  $\mathbf{z}_k$  амплитудных спектров на  $k$ -м шаге:

$$\{\{\mathbf{z}_k\}_{n=0}^{N-1}\}_{m=0}^{M-1} = \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ \{\mathbf{s}_k + \mathbf{n}_k\}_l e^{-j\frac{1}{2}l^2 d\dot{\phi} m} \right\} e^{-j\frac{2\pi m l}{N}},$$

где  $N$  — количество импульсов в пачке,  $M$  — число каналов по ускорению,  $d\dot{\phi}$  — ширина канала по ускорению [5],  $j$  — мнимая единица,  $\mathbf{s}_k$  — отсчёты сигнала от объекта на  $k$ -м шаге с неизвестными параметрами:

$$\{\mathbf{s}\}_{p=0}^{N-1} = A e^{j p \varphi_c + \frac{1}{2} p^2 \dot{\varphi}_c + \varphi_0} + \mathbf{n}_k,$$

$\varphi_0$  — случайная начальная фаза отражённого сигнала;  $A$  — амплитуда принятого сигнала;  $\varphi_c$  — межпериодный набег фазы принятого сигнала;  $\dot{\varphi}_c$  — межпериодный набег фазы принятого сигнала за счёт радиального ускорения.

На рисунке 1 показан принцип формирования вектора измерений  $\mathbf{z}_k$ . На рисунке обозначено АЦП — аналого-цифровой преобразователь; БР — буферный регистр (ОЗУ, в котором хранятся отсчёты входного сигнала, соответствующие одному стробу по дальности); ФВ — фазовращатели; ФД — фазовые детекторы.

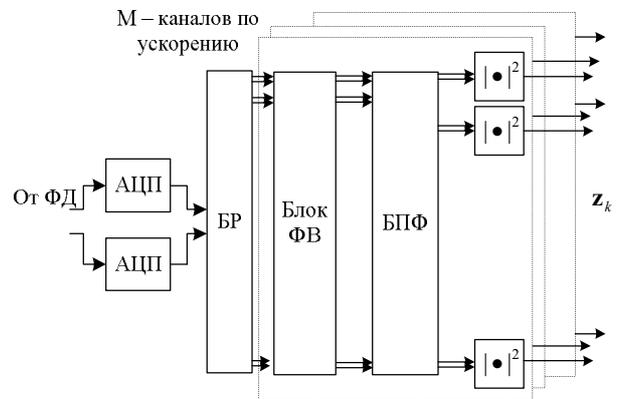


Рисунок 1 — Формирование вектора измерений

Вектор измерений  $\mathbf{z}_k$  включает в себя отсчёты амплитудного спектра в каждом канале по ускорению. После набора фазовращателей в каждом канале по ускорению стоит блок БПФ, т.е. на блоки БПФ к каждому каналу по ускорению поступают отсчёты с компенсированным набором фазовращателей ускорения.

Предлагаемая модификация известного алгоритма заключается в том, что в вектор измерений  $\mathbf{z}_k$  вводится информация о радиальном ускорении объекта.

На практике для преодоления затруднений, связанных с вычислением САПРВ, широкое рас-

пространение получили субоптимальные алгоритмы фильтрации, основанные на методе Монте-Карло [1]. Сущность этих алгоритмов заключается в аппроксимации САПРВ множеством точек, формируемых в так называемых парциальных фильтрах. Полученные таким образом алгоритмы фильтрации называют парциальной фильтрацией [2]. При этом каждый  $i$ -й парциальный фильтр характеризуется вектором состояния, весом фильтра и вероятностью существования объекта (соответственно):  $\mathbf{x}_k^i, w_k^i, E_k^i$ .

Веса фильтров  $w_k^i$  определяются отношением правдоподобия. На основе составляющих вектора состояния  $\mathbf{x}_k^i$  формируется вектор ожидаемого сигнала:

$$\{\mathbf{d}\mathbf{s}\}_{p=0}^{N-1} = \mathbf{x}_k^i e^{j p \mathbf{x}_{k0}^i + \frac{1}{2} p^2 \mathbf{x}_{k1}^i},$$

на основе вектора состояния  $i$ -го парциального фильтра.

Для фильтров с  $E_{k-1}^i = 1, E_k^i = 1$  экстраполированные значения вектора состояния определяются как

$$\mathbf{x}_k^i = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1}^i,$$

для фильтров с  $E_{k-1}^i = 0, E_k^i = 1$  значения вектора состояния  $\mathbf{x}_k^i$  формируют исходя из априорных вероятностей межпериодного набега фазы сигнала, скорости изменения межпериодного набега фазы сигнала и амплитуды принятого сигнала.

Вычисление оценки вероятности  $P_e$  существования объекта определяется как отношение количества парциальных фильтров, для которых  $E_{k-1}^i = 1, E_k^i = 1$ , к общему количеству  $N_{pf}$  фильтров:

$$P_e = \frac{1}{N_{pf}} \sum \{E_{k-1}^i = 1, E_k^i = 1\}.$$

Объект считается обнаруженным, если  $P_e$  превысило пороговое значение вероятности обнаружения.

Особенностью парциальной фильтрации является возрастание веса отдельных фильтров [1] с течением времени. При этом вес остальных фильтров уменьшается. Это приводит к тому, что новые измерения не оказывают существенного влияния на положение парциальных фильтров с большими весами. Для того чтобы фильтры были чувствительны к новым измерениям, необходимо их периодически сортировать и присваивать вес  $1/N_{pf}$ .

В данной работе используется метод систематической сортировки. Она состоит в упорядо-

живании парциальных фильтров в области значений вектора состояния  $\mathbf{x}_k^i$ : вначале располагаются фильтры с большими весами  $w_k^i$ , а затем фильтры с малыми весами  $w_k^i$ , при этом веса всех фильтров составляют дискретную интегральную функцию.

**Исследование эффективности.** На рисунке 2 показаны: кривая 1 - реализация вероятности  $P_e$  существования объекта от числа  $n$  наблюдений для предлагаемого алгоритма; кривая 2 - реализация вероятности  $P_e$  существования объекта от числа  $n$  наблюдений для известного алгоритма. Число наблюдений  $n=60$ , при этом объект появился на 20-м наблюдении и пропал на 50-м наблюдении. Отношение сигнал-шум  $q=-4$  дБ. Межпериодный набег фазы за счёт ускорения  $0,007 \pi$ .

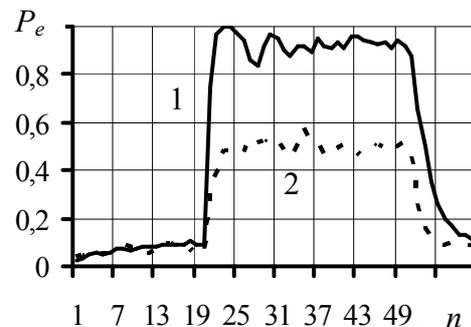


Рисунок 2 — Влияние радиального ускорения объекта на вероятность существования объекта

Потери в вероятности существования объекта (пороговом отношении сигнал-шум) объясняются влиянием «размывания» амплитудного спектра отражённого сигнала по частотным каналам.

Построение вероятности существования для предлагаемого алгоритма проведено методом имитационного моделирования при следующих параметрах: число парциальных фильтров  $N_{pf}=5000$ ; число  $N$  спектральных и временных отсчётов  $N=64$ ; число каналов по ускорению  $M=20$ ; вероятности  $P_d=0,01, P_b=0,1$ ; начальная вероятность существования объекта  $0,1$ . За время  $T$  наблюдения спектр радиосигнала, отражённого от маневрирующего объекта, занимает 11 частотных каналов. Параметры фильтров Калмана для парциальных фильтров  $E_{k-1}^i=1, E_k^i=1$ : СКО шума процесса для межпериодного набега фазы  $10^{-4} \pi$  рад при скорости изменения межпериодного набега фазы  $0,1 \pi$  рад/с и амплитуде  $0,001$ .

На рисунке 3 показаны характеристики обнаружения предлагаемого алгоритма.

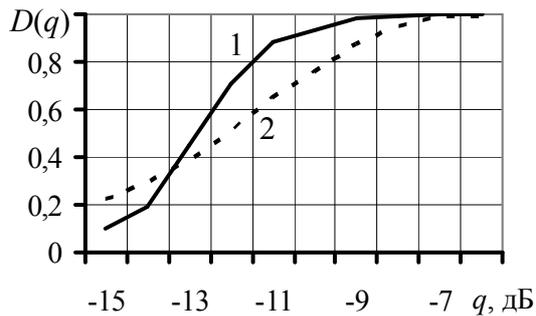


Рисунок 3 – Характеристики обнаружения предлагаемого алгоритма

Кривая 1 соответствует предлагаемому алгоритму, кривая 2 – алгоритму обнаружения когерентной пачки импульсов при одном наблюдении. Число опытов при построении вероятности ложной тревоги 500. Число опытов при вычислении вероятностного порога обнаружения 1000. Вероятность ложной тревоги  $10^{-2}$ . Для оценки доверительного интервала использовано неравенство Чебышева. При  $D=0.8$  и  $\varepsilon=0,08$  вероятность нахождения в интервале  $2\varepsilon$  равна 0,95.

**Выводы.** Таким образом, применение алгоритмов парциальной фильтрации при рекуррентном вычислении САПРВ  $p(\mathbf{x}_k, E_k = 1 | \mathbf{z}_{1,k-1})$  позволяет обнаруживать маневрирующий объ-

ект, параметры движения которого изменяются в процессе наблюдения. Так, при движении объекта с радиальным ускорением, при котором спектр отражённого радиосигнала находится в 11 частотных каналах, вероятность существования 0,95 при отношении  $q$  сигнал-шум  $q=-5$  дБ, при использовании классического алгоритма вероятность существования объекта составляет 0,5 при уменьшении порогового отношения сигнал-шум на 2 дБ.

#### Библиографический список

1. Rutten M., Ristic B., Gordon N. A comparison of Particle Filters for Recursive Track-before-detect // 7<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, 15-20 May 2005, Australia. — P.169-175.
2. Ristic B., Arulampalam S., Gordon N. Beyond the Kalman Filter. Particle Filters for Tracking Applications.— Boston: Artech House.— 2004.— 302 p.
3. Информационные технологии в радиотехнических системах: учеб. пособие. / под ред. И.Б. Фёдорова.-М.: Изд-во им. Н.Э. Баумана, 2004. — 768 с.
4. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Синтез и анализ обнаружителей радиолокационных сигналов, отражённых от маневрирующей цели // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 2005.— №3.— С. 56-62.
5. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Выбор числа каналов обнаружителя маневрирующих целей // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. — Выпуск 18. — Рязань: РГРТУ, 2006. — С. 26-29.

УДК 621.391.6

*Е.В. Герман, Е.Р. Муратов, А.И. Новиков*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЗОНЫ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЗАДАЧЕ СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Предлагается математическая модель формирования предельной зоны на цифровой карте местности, в границах которой может находиться наблюдаемое изображение.*

**Ключевые слова:** система координат, углы Эйлера, угловые погрешности.

**Введение.** Для уточнения координат летательного аппарата (ЛА) в пространстве должна решаться в режиме реального времени задача совмещения наблюдаемого телевизионного (ТВ) или тепловизионного изображения (ТПВ) с синтезированным изображением. Согласно [1] ошибки совмещения синтезированного на основании цифровой карты местности (ЦКМ) и наблюдаемого изображений не должны превышать 5 миллирадиан по горизонтали и по вертикали

по опорной линии дисплея. Неточность совмещения может быть вызвана, прежде всего, неопределенностью в знании текущего местоположения ЛА в пространстве, которая, в свою очередь, зависит от погрешностей определения параметров местоположения ЛА, а также неопределенностью параметров ориентирования ЛА и направления оси визирования сенсоров. Следовательно, построение синтезированного изображения и слияние его с улучшенным изображением

ем от сенсоров требуют знания этой области неопределенности.

Выполняя задачу совмещения ЦКМ и видеоданных, полученных от камеры, установленной на ЛА, важно обладать точными его координатами, как метрическими, так и угловыми. Погрешности определения координат могут достигать 25 – 40 метров по осям X, Y, H и до 0,002 рад по углам (тангаж, рыскание, крен) [2]. Использование комплексной информации в интегрированной системе GPS/INS технического зрения для повышения точности позиционирования воздушного судна в пространстве рассматривалось в [3].

**Цель работы** – получить зависимости, устанавливающие связь между координатами ЛА и его ориентацией в пространстве с параметрами зоны наблюдения в плоскости Земли без учета и с учетом ошибок в определении положения судна в пространстве.

**Основная часть.** Ошибки совмещения реального ТВ, ТПВ изображения с некоторым эталонным изображением, в частности с синтезированным изображением, могут возникать, с одной стороны, из-за ошибок в определении положения летательного аппарата в пространстве (широты, долготы и высоты). Вторую группу факторов образуют ошибки в измерении параметров курса, тангажа и крена. К третьей группе можно отнести скорость самолета. На скорости 1000 км/ч и 25 кадрах изображений в секунду самолет смещается за 1 кадр по прямой на 11,1 метра, а за 1 сек – на 277,8 метра. Задача настоящего исследования заключается в разработке математической модели формирования зоны наблюдения в плоскости Земли с учетом ошибок первых двух групп и, в частности, в формировании предельной зоны наблюдения (зоны неопределенности).

Введем подвижную систему координат. Начало этой системы координат совпадает с центром масс летательного аппарата, ось  $Ox$  – с направлением полета, ось  $Oy$  – перпендикулярна к оси и направлена вдоль левого крыла, а ось  $Oz$  – перпендикулярна к плоскости  $Oxy$  и направлена так, чтобы система координат была правой.

Ошибки в определении широты, долготы и высоты летательного аппарата приводят к тому, что реальное его положение в пространстве может быть любой точкой параллелепипеда с центром в точке  $O$  (начале подвижной системы координат  $Oxy$ ) и сторонами  $2 \cdot |\Delta x|$ ,  $2 \cdot |\Delta y|$ ,  $2 \cdot |\Delta h|$ .

Здесь  $|\Delta x| = 40$  м,  $|\Delta y| = 40$  м,  $|\Delta h| = 40$  м – предельные значения погрешностей по соответствующим осям.

Ошибки  $\Delta x, \Delta y, \Delta h$  в определении положения летательного аппарата в пространстве по-разному влияют на смещение изображения, полученного с учетом ошибок, относительно невозмущенного изображения. Ошибки  $\Delta x, \Delta y$  приводят к смещению изображения вдоль осей  $Ox, Oy$  соответственно и потому легко моделируются. Ошибки в определении высоты оказывают более существенное влияние на смещение зоны изображения. Они будут исследованы ниже.

**Математическая модель формирования неискаженного ТВ-изображения.** Зона обзора видеокамеры в пространстве представляет собой пирамиду  $OA_1B_1B_2A_2$  (рисунок 1). Если камера направлена перпендикулярно к плоскости Земли, то в ней (в плоскости Земли) будет наблюдаться прямоугольник  $A_1B_1B_2A_2$  (плоскость  $P_1$  на рисунке 1).

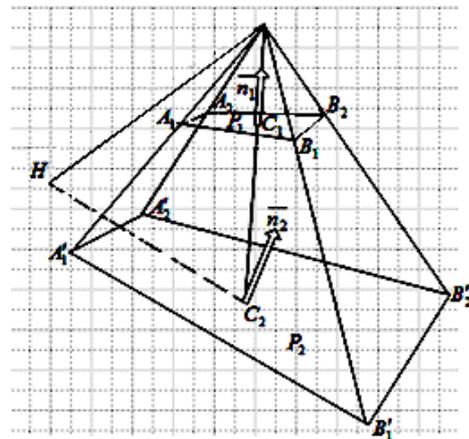


Рисунок 1 – Зона обзора в пространстве

Если же камера направлена так, что линия визирования образует ненулевой угол с перпендикуляром к плоскости Земли, то в плоскости Земли будет наблюдаться область, представляющая собой трапецию (при отсутствии крена). На рисунке 1 – это плоскость с вектором нормали  $\vec{n}_2$ . При наличии крена воздушного судна область, наблюдаемая в плоскости Земли, будет выпуклым четырехугольником.

Для расчета параметров зоны изображения на плоскости Земли разделим процесс моделирования на два этапа. На первом этапе найдем координаты точек пирамиды  $O_cA_1B_1B_2A_2$  с единичной высотой, совпадающей с осью  $O_cC_0$  (рисунок 2).

На втором этапе повернем пирамиду в плоскости тангажа на угол  $(90^\circ - \theta^*)$ , т.е. так, чтобы пирамида заняла рабочее положение, соответствующее рисунку 1. В этом случае осевая линия

$O_c C_0$  пирамиды совпадет с линией визирования. Здесь  $\theta^*$  – угол между осью визирования и осью  $Ox$  системы координат  $Oxyz$ . В нашем случае  $\theta^* = 6^\circ$ .

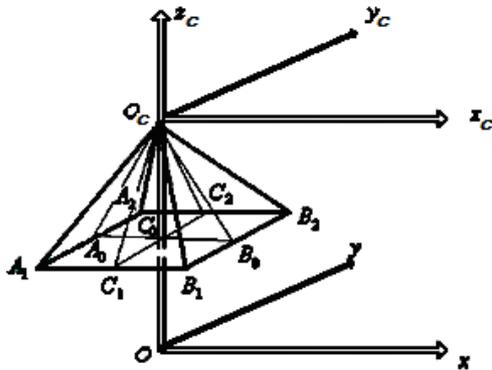


Рисунок 2 – Пирамида видимости

Из системы прямоугольных треугольников  $C_1 C_0 O_c$ ,  $B_0 C_0 O_c$  находим:

- 1) ординату  $y$  точек  $A_1, C_1, B_1$  :  $y = -1 \cdot \operatorname{tg}(\psi_0 / 2) = -\operatorname{tg}(\psi_0 / 2)$ ;
- 2) абсциссы точек  $A_1$  и  $B_1$  :  $x_{A_1} = -1 \cdot \operatorname{tg}(\theta_0 / 2)$ ,  $x_{B_1} = \operatorname{tg}(\theta_0 / 2)$ .

В итоге получаем с учетом симметрии относительно плоскости тангажа искомые координаты точек  $A_1, A_0, \dots, B_2$  :

$$\begin{aligned} &A_1 \left( -\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}; -\operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right); A_0 \left( -\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}; 0; -1 \right); \\ &A_2 \left( -\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}; 0; 1 \right) \\ &C_1 \left( 0; -\operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right); C_0 (0; 0; -1); \\ &C_2 \left( 0; \operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right); \\ &B_1 \left( \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}; -\operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right); B_0 \left( \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}; 0; -1 \right); \\ &B_2 \left( \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}; \operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Отметим, что после поворота пирамиды в плоскости тангажа на угол  $(90^\circ - \theta^*)$  при  $\theta^* < 15^\circ$  точки  $B_1, B_0, B_2$  окажутся выше плоскости  $O_c x_c y_c$ . Как следствие, лучи  $O_c B_1, O_c B_0, O_c B_2$  будут направлены выше линии горизонта в “бесконечность”, что не позволит сравнивать между собой зоны наблюдения в плоскости Земли. Поэтому заменим точки  $B_1, B_0, B_2$  на точки с такими же наименованиями, но так, чтобы лучи  $O_c B_1, O_c B_0, O_c B_2$  были

ниже линии горизонта. Примем соглашение:  $\angle B_0 O_c C_0 = \theta'$ ,  $\theta' > 0^\circ$ . В модельных расчетах в рамках данной статьи положим  $\theta' = 3^\circ$ . В этом случае:

$$\begin{aligned} &B_1 \left( \operatorname{tg} \theta'; -\operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right); B_0 (\operatorname{tg} \theta'; 0; -1); \\ &B_2 \left( \operatorname{tg} \theta'; \operatorname{tg} \frac{\psi_0}{2}; -1 \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Новые координаты точек  $A_1, A_0, \dots, B_2$  после поворота пирамиды на угол  $\theta_1 = (90^\circ - \theta^*)$  найдем по формулам (для произвольной точки М из числа названных):

$$\begin{cases} x_M^{(1)} = x_M \cdot \cos \theta_1 - z_M \cdot \sin \theta_1, \\ z_M^{(1)} = x_M \cdot \sin \theta_1 + z_M \cdot \cos \theta_1. \end{cases} \quad (3)$$

В итоге пирамида займет рабочее положение (рисунок 3). На нем одновременно показана зона в плоскости Земли, которая будет наблюдаться при полете без крена.

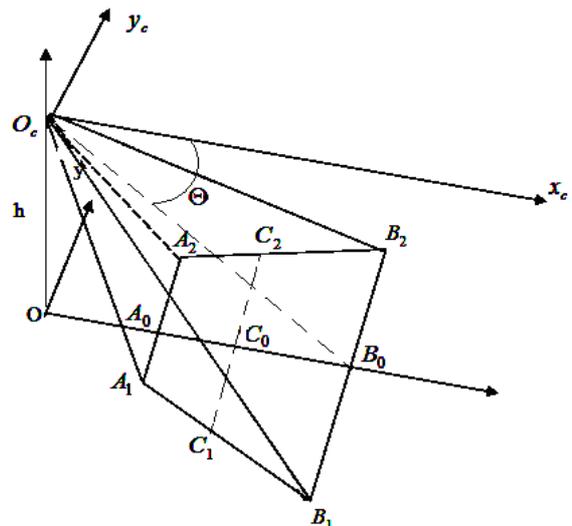


Рисунок 3 – Зона обзора в плоскости Земли

Преобразование (3) удобно и целесообразно выполнять в матричной форме по формуле:

$$X_M^{(1)} = T_{\theta_1} \cdot X_M. \quad (4)$$

Здесь  $X_M$  – матрица размером  $3 \times 9$ . Столбцами матрицы  $X_M$  являются координаты (1) [с учетом замечания (2)] точек  $A_1, A_0, A_2, C_1, C_0, C_2, B_1, B_0, B_2$ , лежащих в основании пирамиды на начальном этапе (рисунок 3). Матрица преобразования  $T_{\theta_1}$  имеет согласно (3) следующий вид:

$$T_{\theta_1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}.$$

Проекции точек  $A_1, A_0, \dots, B_2$  на плоскость Земли  $P: z = -h$  в направлении прямых  $O_c A_1, O_c A_0, \dots, O_c B_2$  соответственно найдем из системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{x_M^{(1)}} = \frac{y}{y_M^{(1)}} = \frac{z}{z_M^{(1)}}, \\ z = -h. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $M^{(1)}$  – одна (произвольная) из точек  $A_1, A_0, \dots, B_2$ . Решив систему (5), найдем координаты проекции точки  $M^{(1)}$  в плоскости Земли:

$$x = \frac{-h}{z_M^{(1)}} \cdot x_M^{(1)}, \quad y = \frac{-h}{z_M^{(1)}} \cdot y_M^{(1)}. \quad (6)$$

Пусть воздушное судно находится на высоте 100 м ( $h = 100$  м), параметры видеокамеры:  $\theta_0 = 30^\circ, \psi_0 = 40^\circ$ . На рисунке 4 изображена область в плоскости Земли, наблюдаемая видеокамерой с заявленными параметрами, с высоты 100 м при отсутствии ошибок в определении координат воздушного судна и ошибок в определении его тангажа, курса и крена.

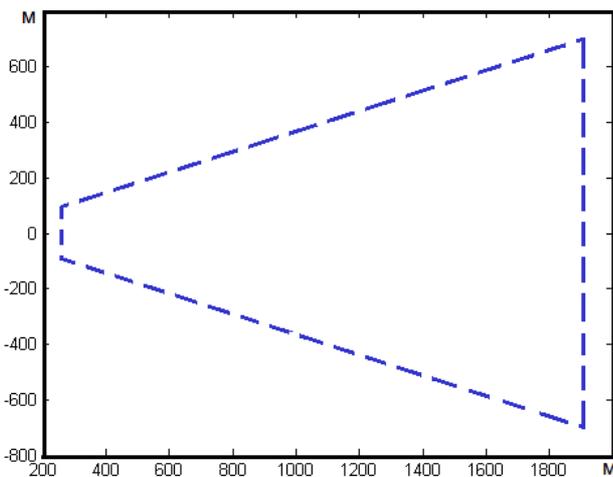


Рисунок 4 – Зона обзора в плоскости Земли без учета ошибок

**Математическая модель и исследование параметров ТВ-изображения с учетом ошибок.** Исследуем теперь влияние ошибок  $\Delta x, \Delta y, \Delta h$  в определении положения воздушного судна в пространстве и ошибок  $\Delta \theta, \Delta \psi, \Delta \gamma$  в определении соответственно тангажа, курса и крена летательного аппарата на размеры и конфигурацию наблюдаемой зоны в плоскости Земли.

Ошибка  $\Delta h$  в определении высоты приведет к тому, что в формулах (6) нужно будет заменить величину  $(-h)$  на  $-(h + \Delta h)$ , т. е.

$$x' = \frac{-(h + \Delta h)}{z_M^{(1)}} \cdot x_M^{(1)}, \quad y' = \frac{-(h + \Delta h)}{z_M^{(1)}} \cdot y_M^{(1)}. \quad (7)$$

Значит, координаты  $x', y'$  точки  $M'(x', y')$ , вычисленные по формуле (7) с учетом ошибки  $\Delta h$  в определении высоты, отличаются от координат  $x, y$  невозмущенной точки  $M$  [формулы (6)] в  $k$  раз, где  $k = \frac{h + \Delta h}{h}$ . Или, иначе,  $x' = k \cdot x, y' = k \cdot y$ .

Ошибки  $\Delta x, \Delta y$  в определении координат  $(x; y; z)$  летательного аппарата приведут к сдвигу изображения на эти величины вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно:  $x'' = x' + \Delta x, y'' = y' + \Delta y$ . Сложнее учитывать ошибки  $\Delta \theta, \Delta \psi, \Delta \gamma$  в определении тангажа, курса и крена летательного аппарата. Учет ошибки  $\Delta \psi$  равносителен тому, что пирамиду  $O_c A_1 B_1 B_2 A_2$  нужно повернуть в плоскости  $Oxy$  курса (рыскания) на угол  $\Delta \psi$ .

Координаты  $x_M^{(2)}, y_M^{(2)}$  произвольной точки  $M_2$  в основании пирамиды после ее поворота на угол  $\Delta \psi$  можно найти по формуле:

$$X_M^{(2)} = T_{\Delta \psi} \cdot X_M^{(1)}, \quad \text{где:} \quad (8)$$

$$T_{\Delta \psi} = \begin{pmatrix} \cos \Delta \psi & -\sin \Delta \psi & 0 \\ \sin \Delta \psi & \cos \Delta \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ошибку  $\Delta \theta$  в определении тангажа можно учесть с помощью поворота радиус-вектора точки  $M_2$  на угол  $\Delta \theta$  в плоскости, параллельной плоскости  $O_c xz$  тангажа по формуле, аналогичной (8):

$$X_M^{(3)} = T_{\Delta \theta} \cdot X_M^{(2)}, \quad \text{где:} \quad (9)$$

$$T_{\Delta \theta} = \begin{pmatrix} \cos \Delta \theta & 0 & \sin \Delta \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Delta \theta & 0 & \cos \Delta \theta \end{pmatrix}.$$

Ошибку  $\Delta \gamma$  в определении крена летательного аппарата учтем поворотом радиус-вектора точки  $M^{(3)}$  в плоскости, параллельной оси  $O_c z_c$  на угол  $\Delta \gamma$  по формуле:

$$X_M^{(4)} = T_{\Delta \gamma} \cdot X_M^{(3)}, \quad \text{где:} \quad (10)$$

$$T_{\Delta \gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta \gamma & -\sin \Delta \gamma \\ 0 & \sin \Delta \gamma & \cos \Delta \gamma \end{pmatrix}.$$

Тройку последовательных преобразований (8) - (10) координат точки  $M^{(1)}$  можно объединить в одно:

$$X_M^{(4)} = T_{\Delta\gamma} \cdot T_{\Delta\theta} \cdot T_{\Delta\psi} \cdot X_M^{(1)} \quad (11)$$

или  $X_M^{(4)} = T(\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi) \cdot X_M^{(1)}$ , где:  
 $T(\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi) = T_{\Delta\gamma} \cdot T_{\Delta\theta} \cdot T_{\Delta\psi}$ .

**Алгоритм формирования зоны наблюдения с учетом ошибок.**

1. По заданным значениям ошибок  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\gamma$  формируем матрицы  $T_{\Delta\theta}$ ,  $T_{\Delta\psi}$ ,  $T_{\Delta\gamma}$  и находим их произведение – матрицу  $T(\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi) = T_{\Delta\gamma} \cdot T_{\Delta\theta} \cdot T_{\Delta\psi}$ . Эту матрицу можно сформировать и непосредственно по соответствующим формулам.

2. Пересчитываем по формуле (11) координаты точек  $A_1, A_0, A_2, C_1, C_0, C_2, B_1, B_0, B_2$  в основании пирамиды изображения, полученные на этапе 2 по формуле (4).

3. Находим проекции точек  $A_1, A_0, A_2, C_1, C_0, C_2, B_1, B_0, B_2$  на плоскость  $z = -(h + \Delta h)$  Земли с учетом ошибок  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta h$  положения и угловых ошибок  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\gamma$  по формулам:

$$x_M = \Delta x + \frac{-(h + \Delta h)}{z_M^{(4)}} \cdot x_M^{(4)},$$

$$y_M = \Delta y + \frac{-(h + \Delta h)}{z_M^{(4)}} \cdot y_M^{(4)}. \quad (12)$$

**Анализ результатов модельных экспериментов.** Рассмотрим пример расчета зоны наблюдения в плоскости Земли с учетом ошибок в определении координат ЛА в пространстве и угловых ошибок в позиционировании сенсоров.

Пусть  $h = 100$  м,  $\Delta h = \Delta x = \Delta y = 10$  м,

$\Delta\psi = 0,2^\circ$ ,  $\Delta\theta = \Delta\gamma = 0,1^\circ$ .

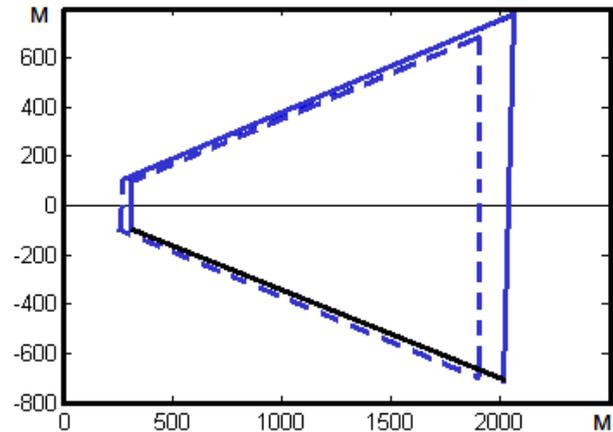
На рисунке 5 изображены две зоны обозрения в плоскости Земли: пунктирной линией – без учета ошибок; сплошной линией – с учетом ошибок. Сравним параметры полученных зон. Длины отрезков (в обозначениях на рисунке 3):

- 1)  $A_1A_2$  и  $A'_1A'_2$ : 196,2 м и 214,9 м (длиннее на 9,5 %);
- 2)  $B_1B_2$  и  $B'_1B'_2$ : 1389,0 м и 1479,8 м (длиннее на 6,5 %);
- 3)  $A_1B_1$  и  $A'_1B'_1$ : 1752,2 м и 1832,5 м (длиннее на 4,6 %);
- 4)  $A_2B_2$  и  $A'_2B'_2$ : 1752,2 м и 1882,3 м (длиннее на 7,4 %).

Площадь зоны, изображенной пунктирной линией, равна  $1,31 \text{ км}^2$ . Площадь зоны, полученной с учетом ошибок (сплошная линия на рисунке 5), равна  $1,48 \text{ км}^2$ , что на 13 % больше

площади первой зоны. Площадь неискаженной зоны вычислялась по формуле площади трапеции  $S = 0,5(A_1A_2 + B_1B_2) \cdot A_0B_0$ . Площадь выпуклого четырехугольника  $A'_1B'_1B'_2A'_2$  находилась как сумма площадей треугольников  $A'_1B'_1A'_2$  и  $B'_1B'_2A'_2$  по формуле:

$$S = \frac{1}{2} \left( \left| \overline{A'_1B'_1} \times \overline{A'_1B'_2} \right| + \left| \overline{B'_2B'_1} \times \overline{B'_2A'_2} \right| \right).$$



**Рисунок 5 – Зона обозрения в плоскости Земли с учетом (сплошная линия) и без учета ошибок (пунктирная линия)**

Точка  $A_0$  сместилась вдоль оси  $Ox$  на  $295,1 - 260,5 = 34,6$  м или на 13,3 %. При этом 10 м смещения обусловлены ошибкой  $\Delta x = 10$  м, а оставшиеся 24,5 м образовались за счет ошибки  $\Delta h = 10$  м по высоте и ошибки  $\Delta\theta = 0,1^\circ$  по тангажу. Ошибка по высоте приводит в соответствии с формулой (7) к изменению абсциссы 260,5 м точки  $A_0$  в  $k = \frac{110}{100} = 1,1$  раза. Значит, увеличение высоты летательного аппарата на 10 м (по отношению к высоте  $h = 100$  м) приведет к смещению переднего фронта зоны обозрения на 26,05 м. “Лишние”  $24,5 - 26,05 = -1,55$  м обусловлены ошибкой по тангажу.

Отсюда, в частности, следует, что наибольшее влияние на параллельный сдвиг изображения вдоль оси  $Ox$  на малых высотах оказывает ошибка по высоте. Существенным на малой высоте является влияние и ошибки  $\Delta x$  в определении положения летательного аппарата в пространстве по координате  $x$ .

Рассмотрим теперь влияние только угловых ошибок  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\gamma$  на смещение точек изображения в плоскости Земли. Будем находить угловое расхождение между невозмущенным лучом  $O_cM$ , где  $M$  – произвольная точка в основании пирамиды изображения, и возмущенным лучом

$O_cM'$  по стандартной формуле нахождения угла между векторами:  $\cos \alpha = \frac{(\overline{O_cM}, \overline{O_cM'})}{|\overline{O_cM}| \cdot |\overline{O_cM'}|}$ . Здесь:

$$\overline{O_cM} = (x_M; y_M; z_M), \quad \overline{O_cM'} = (x'_M; y'_M; z'_M).$$

Так, при угловых ошибках  $\Delta\theta = 0,1^\circ$ ,  $\Delta\psi = 0,2^\circ$ ,  $\Delta\gamma = 0,1^\circ$  на высоте  $h = 100$  м будем иметь:

$$\begin{aligned} \angle(\overline{OA_1}, \overline{OA'_1}) &= 4,27 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OA_0}, \overline{OA'_0}) &= 4,26 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OA_0}, \overline{OA'_0}) &= 4,17 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OC_1}, \overline{OC'_1}) &= 4,22 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OC_0}, \overline{OC'_0}) &= 4,05 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OC_2}, \overline{OC'_2}) &= 3,84 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OB_1}, \overline{OB'_1}) &= 4,18 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OB_0}, \overline{OB'_0}) &= 3,98 \text{ мрад}, \\ \angle(\overline{OB_2}, \overline{OB'_2}) &= 3,75 \text{ мрад}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что если угловые ошибки не превышают заявленных предельных значений, то угловое расхождение, в свою очередь, не будет превышать требуемых 5 миллирадиан.

Исследуем теперь изменение параметров зоны наблюдения в плоскости Земли в зависимости от ошибок  $\Delta h$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  на предельно малой высоте.

Зона 1:

$$h = 30, \Delta h = \Delta x = \Delta y = 0,$$

$$\Delta\theta = \Delta\psi = \Delta\gamma = 0.$$

Зона 2:

$$h = 30, \Delta h = 30, \Delta x = \Delta y = 40,$$

$$\Delta\theta = \Delta\gamma = 0,1^\circ; \Delta\psi = 0,2^\circ.$$

На рисунке 6 первая зона изображена пунктирной линией, а вторая – сплошной.

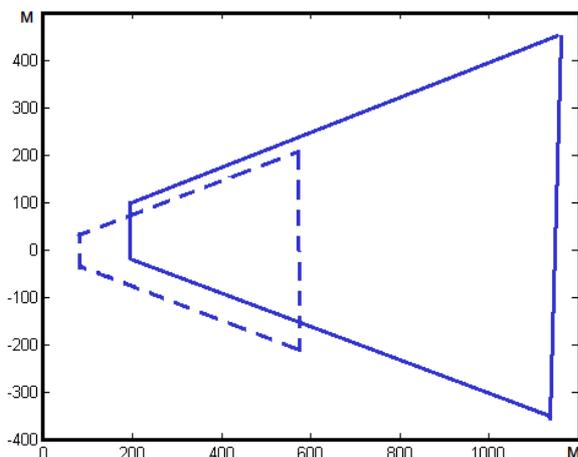


Рисунок 6 – Зона обзора в плоскости Земли

Сравним параметры полученных зон.

Длины отрезков:

$A_1A_2$  и  $A'_1A'_2$ : 58,9 м и 117,2 м (длиннее на 99,0 %);

$B_1B_2$  и  $B'_1B'_2$ : 416,7 м и 807,2 м (длиннее на 93,7 %);

$A_1B_1$  и  $A'_1B'_1$ : 525,7 м и 999,5 м (длиннее на 90,1 %);

$A_2B_2$  и  $A'_2B'_2$ : 525,7 м и 1026,7 м (длиннее на 95,3 %).

Площадь зоны, изображенной пунктирной линией, равна  $0,12 \text{ км}^2$ . Площадь зоны, полученной с учетом ошибок, равна  $0,44 \text{ км}^2$ , что на 266,7 % больше площади первой зоны. Площадь общей части обеих зон равна  $0,085$ , что составляет 70,8 % от площади первой зоны.

Данный пример еще раз подтверждает, что наибольшее влияние на параллельный сдвиг изображения вдоль оси  $Ox$  на малых высотах оказывает ошибка по высоте. Существенным на малой высоте является влияние и ошибки  $\Delta x$  в определении положения летательного аппарата в пространстве по координате  $x$ .

**Формирование предельной зоны наблюдения (зоны неопределенности) в плоскости Земли.** Для каждого значения высоты  $h$ , на которой может находиться летательный аппарат, можно сформировать предельную зону наблюдения в плоскости Земли. Она формируется с учетом предельных значений ошибок  $\Delta h$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  положения летательного аппарата в пространстве и угловых ошибок  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\gamma$ . Будем формировать предельные зоны в предположении, что эти максимальные значения равны соответственно:

$$\Delta h = \Delta x = \Delta y = 40, \quad \Delta\psi = 0,2^\circ, \Delta\theta = \Delta\gamma = 0,1^\circ.$$

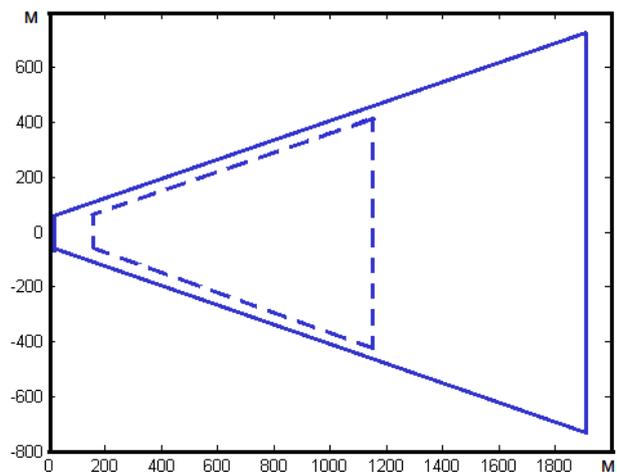


Рисунок 7 – Предельная зона (сплошная линия) и зона без учета ошибок (пунктирная линия)

Так, например, для высоты 60 м предельная зона наблюдения в плоскости Земли будет иметь следующий вид (рис. 7). Параметры зоны: длины отрезков

$A_1A_2$  и  $A'_1A'_2$ : 117,7 м и 119,9 м (длиннее на 2,0 %);

$B_1B_2$  и  $B'_1B'_2$ : 833,4 м и 1748,9 м (длиннее на 110,0 %);

$A_1B_1$  и  $A'_1B'_1$ : 1051,3 м и 2165,6 м (длиннее на 106,0 %).

Площадь зоны, изображенной пунктирной линией, равна 0,47 км<sup>2</sup>. Площадь предельной зоны (сплошная линия на рис. 7) равна 3,72 км<sup>2</sup>, что в 8,8 раза больше площади первой зоны.

Точка  $A_0$  сместилась вдоль оси  $Ox$  на  $12,4 - 156,3 = -143,9$  м, а точка  $B_0$  – на  $1906,3 - 1144,9 = 761,4$  м.

**Заключение.** Рассмотренные алгоритмы формирования зоны наблюдения в плоскости Земли позволяют находить координаты угловых точек как неискаженной зоны, так и зоны, полученной с учетом ошибок в определении положения воздушного судна в пространстве. Одновременно вычисляются параметры, характеризующие степень деформации зоны наблюдения. Одна из ветвей алгоритма позволяет находить

для заданных значений параметров воздушного судна и максимальных значений возможных ошибок конфигурацию и характеристики предельной зоны наблюдения (**зоны неопределенности**), координаты угловых точек которой находятся в предположении наихудшего сочетания ошибок. Программное обеспечение реализовано в двух вариантах – в среде MATLAB и на языке C++.

#### Библиографический список

1. Руководство Р-315 «По минимальным стандартам характеристик авиационных систем (MASPS) для систем улучшенного видения, систем искусственного видения, комбинированных систем искусственного видения и бортовых систем увеличения дальности видения» Авиационного Регистра Межгосударственного Авиационного Комитета (АР МАК). – 86 с.

2. Костяшкин Л.Н., Логинов А.А., Никифоров М.Б. Проблемные аспекты системы комбинированного видения летательных аппаратов. //Известия ЮФУ, Технические науки. – 2013. - № 5. С. 61 – 65.

3. Jinling Wang, Matthew Garratt, Andrew Lambert, Jack Jianguo Wang, Songlai Hana, David Sinclair. Integration of gps/ins/vision sensors to navigate unmanned aerial vehicles. //The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B1. Beijing 2008. – P. 963 – 968.

УДК 621.391.83

*А.М. Васильев*

## АЛГОРИТМ СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

*Обоснован алгоритм сжатия двумерных данных на основе применения модифицированного дискретного косинусного преобразования, применяемый при обработке изображений. Показано, что предложенный алгоритм позволяет дополнительно увеличить точность представления сжатого изображения за счёт использования перекрывающихся блоков данных.*

**Ключевые слова:** сжатие, двумерные данные, изображения, дискретное косинусное преобразование.

**Введение.** Как показали исследования, проведенные рядом авторов, в применении к кодированию данных, для которых подходит марковская статистическая модель, дискретное косинусное преобразование (ДКП), имеющее быстрый алгоритм вычислений, приближается по эффективности к дискретному преобразованию Карунена-Лоева (ДПКЛ) [1,2].

Данный факт явился причиной того, что

именно ДКП послужило основой при разработке стандарта сжатия неподвижных изображений JPEG [4,5]. Уже производятся специализированные микросхемы, реализующие сжатие и восстановление по JPEG аппаратно и обеспечивающие обработку цветных изображений в реальном масштабе времени (480×640 точек, 30 кадров/с [6]).

С точки зрения достижимого уровня сжатия,

стандарт JPEG не является лучшим среди существующих ныне методов эффективного кодирования изображений.

Так, методы, базирующиеся на использовании векторного квантования (в пространственной или спектральной областях), субполосного кодирования, преобразований на основе вейвлет-функций, а также фрактальные методы могут обеспечить значительно более высокие уровни сжатия по сравнению с JPEG [6,7,8].

Однако пока во многих случаях внедрение новых перспективных методов упирается в проблемы сложности их реализации, которая часто объясняется отсутствием четких алгоритмов. В этом свете метод JPEG предстает как компромиссный вариант, обеспечивающий, с одной стороны, достаточно высокое сжатие (10-50 раз [6]), а с другой приемлемую для самого широкого применения сложность реализации.

Однако наличие концевых эффектов при обработке отдельных блоков данных снижает эффективность этого метода.

Целью настоящей статьи является повышение точности представления сжатого изображения за счёт использования перекрывающихся блоков данных.

Далее излагается новый алгоритм сжатия изображений, основанный на дискретном косинусном преобразовании, отличающийся тем, что с целью ликвидации концевых эффектов, возникающих в силу специфики Фурье-преобразования, блоки преобразованных с помощью ДКП данных сдвигаются относительно друг друга путем перекрытия хвостовых областей.

**Исходные условия.** ДКП в одномерном случае определим как [9]:

$$y_k = \sqrt{\frac{2}{N}} \cdot c(k) \sum_{j=0}^{N-1} x_j \cos\left(\frac{\pi k}{N} \left(j + \frac{1}{2}\right)\right), \quad (1)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1,$$

а обратное ДКП (ОДКП):

$$x_j = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} c(k) \cdot y_k \cos\left(\frac{\pi k}{N} \left(j + \frac{1}{2}\right)\right), \quad (2)$$

$$j = 0, 1, \dots, N-1,$$

где 
$$c(k) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & \text{при } k = 0 \\ 1 & \text{при } k \neq 0 \end{cases}.$$

Двумерные ДКП, ОДКП определим соответственно:

$$y_{k,l} = \frac{2}{\sqrt{MN}} c(k)c(l) \sum_{j=0}^{N-1} \cos\left(\frac{\pi k}{N} \left(j + \frac{1}{2}\right)\right).$$

$$\sum_{m=0}^{M-1} x_{j,m} \cos\left(\frac{\pi l}{M} \left(m + \frac{1}{2}\right)\right), \quad (3)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1, \quad l = 0, 1, \dots, M-1,$$

$$x_{j,m} = \frac{2}{\sqrt{MN}} \sum_{k=0}^{N-1} c(k) \cos\left(\frac{\pi k}{N} \left(j + \frac{1}{2}\right)\right).$$

$$\sum_{l=0}^{M-1} c(l) \cdot y_{k,l} \cos\left(\frac{\pi l}{M} \left(m + \frac{1}{2}\right)\right), \quad (4)$$

$$k = 0, 1, \dots, \quad l = 0, 1, \dots, M-1,$$

$c(k)$  определяются так же, как и в (1), (2).

$$m_{k,l} = E(y_{k,l}) = 0,$$

$$\sigma_{k,l}^2 = E(y_{k,l} \cdot y_{k,l}) = \sigma_k^2(N) \cdot \sigma_l^2(M), \quad (5)$$

$$\sigma_k^2(N) = \frac{2}{N} c^2(k) \sum_{j=0}^{N-1} \cos\left(\frac{\pi k}{N} \left(j + \frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_k^2(N) = \frac{2}{N} c^2(k) \sum_{j=0}^{N-1} \cos\left(\frac{\pi k}{N} \left(j + \frac{1}{2}\right)\right).$$

$$\sum_{l=0}^{M-1} c(l) \cdot y_{k,l} \cos\left(\frac{\pi l}{M} \left(m + \frac{1}{2}\right)\right), \quad (6)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1, \quad l = 0, 1, \dots, M-1,$$

$$c(k) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & \text{при } k = 0 \\ 1 & \text{при } k \neq 0 \end{cases}.$$

Преобразовать выражение (6) можно к следующему виду [3]:

$$\sigma_0^2 = \begin{cases} \frac{1+\rho}{1-\rho} + \frac{2\rho(\rho^N-1)}{N(1-\rho)^2} & \text{при } 0 \leq \rho < 1 \\ N, & \text{при } \rho = 1 \end{cases}$$

$$\sigma_k^2 = \frac{1-\rho^2}{1-2\rho \cdot c_k + \rho^2} + \frac{2\rho((-1)^k \rho^N - 1)(c_k + 1)(\rho - 1)^2}{N(1-2\rho \cdot c_k + \rho^2)^2},$$

$$c_k = \cos(\pi k/N), \quad (7)$$

$$k = 1, \dots, N-1$$

В работе [10] показано, что для стационарного марковского процесса первого порядка при значении коэффициента корреляции  $\rho = 1$  преобразование ДПКЛ сводится к ДКП-II, а при  $\rho = 0$  к ДКП-I. При увеличении длины блока ДПКЛ сводится к ДКП-IV. Базис ДКП не зависит от данных, следовательно, не требуется дополнительной информации для выполнения обратного преобразования. ДКП имеет быстрый

алгоритм вычисления и целочисленные аппроксимации.

Вычисление ДКП на конечном множестве отсчётов эквивалентно умножению сигнала на прямоугольный импульс во временной области. Это приводит к искажению спектра сигнала и ухудшению характеристик преобразования, определяющих коэффициент сжатия.

Для уменьшения искажений в частотной области используются различные оконные функции, сглаживающие границы блока данных. Преобразования с перекрытиями позволяют дополнительно увеличить точность представления сигнала в частотной области за счёт использования перекрывающихся блоков данных.

Количество базисных векторов  $M$  преобразования с перекрытиями меньше длины базисного вектора  $L$ . Коэффициент перекрытия преобразования определяется как  $K = L / M$ . В [11] приведено описание ортогонального преобразования с перекрытиями. Для этого типа преобразования  $M < L \leq 2M$ . На практике выбирается  $K = 2$ .

**Обоснование алгоритма.** Модифицированное дискретное косинусное преобразование (МДКП) сохраняет свойство концентрации энергии ДКП, выполняется над перекрывающимися блоками отсчётов сигнала и имеет соотношение между количеством входных и выходных отсчётов 1:1,  $i$ -й блок МДКП содержит половину отсчётов  $(i - 1)$ -го и половину отсчётов  $(i + 1)$ -го блоков. Преобразование одного блока сокращает количество отсчётов в два раза. МДКП вычисляется по формуле

$$f_j = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{2N-1} w_k x_k \cos \left[ \frac{\pi}{N} \left( j + \frac{1}{2} \right) \left( k + \frac{1}{2} + \frac{N}{2} \right) \right],$$

$$j = \overline{0, N-1}. \tag{8}$$

Обратное МДКП вычисляется по формуле

$$x_k = w_k \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{j=0}^{N-1} f_j \cos \left[ \frac{\pi}{N} \left( j + \frac{1}{2} \right) \left( k + \frac{1}{2} + \frac{N}{2} \right) \right],$$

$$k = \overline{0, 2N-1} \tag{9}$$

где  $w_k$  — оконная функция.

Сигнал во временной области точно восстанавливается обратным преобразованием в случае, если для оконной функции выполняется условие Принсена-Брэдли

$$w_k^2 + w_{k+N}^2 = 1. \tag{10}$$

Этому условию удовлетворяют функции

$$w_k = \sin \left[ \frac{\pi}{2N} \left( k + \frac{1}{2} \right) \right] \tag{11}$$

и

$$w_k = \sin \left( \frac{\pi}{2} \sin^2 \left[ \frac{\pi}{2N} \left( k + \frac{1}{2} \right) \right] \right). \tag{12}$$

Для вычисления прямого и обратного МДКП применено дискретное косинусное преобразование ДКП-IV. Прямое и обратное ДКП-IV вычисляется по формулам:

$$f_j = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cos \left[ \frac{\pi}{N} \left( j + \frac{1}{2} \right) \left( k + \frac{1}{2} \right) \right];$$

$$x_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \cos \left[ \frac{\pi}{N} \left( k + \frac{1}{2} \right) \left( j + \frac{1}{2} \right) \right]. \tag{13}$$

Процедуре вычисления ДКП-IV предшествует наложение оконной функции, как это показано на рисунке 1.

Умножение на оконную функцию и собственно ДКП-IV реализуется с помощью вращений Гивенса [11]. Коэффициенты вращения для окна определяются выражением

$$\alpha_k = \arctan \left[ \frac{w_{\frac{N}{2}-1-k}}{w_{\frac{N}{2}+k}} \right], \quad k = \overline{0, \frac{N}{2}-1}. \tag{14}$$

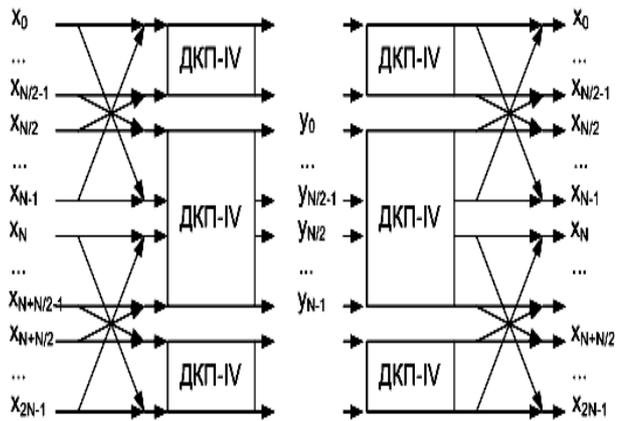


Рисунок 1 — Схема вычисления МДКП и обратного МДКП

Для обеспечения сжатия без потерь требуется целочисленная аппроксимация МДКП. Целочисленное МДКП основано на факторизации вращений Гивенса. Операция вращения разделяется на три шага и носит название — лифтинг [12]:

$$\begin{pmatrix} \cos(a) & -\sin(a) \\ \sin(a) & \cos(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & c_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & c_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \frac{\cos(a)-1}{\sin(a)} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \sin(a) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\cos(a)-1}{\sin(a)} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{15}$$

На каждом шаге производится округление:

$$\begin{aligned} 1) \quad & z = x + [c_0 y]; \\ 2) \quad & x' = y + [c_1 z]; \\ 3) \quad & y' = z + [c_0 x']. \end{aligned} \quad (16)$$

Лифтинг является обратимой операцией. Значения  $x'$  и  $y'$  восстанавливаются подстановкой в качестве входных аргументов в (17) значений  $x$  и  $y$  и изменением на противоположный знака угла вращения  $a$  в (16). Лифтинг позволяет избежать влияния на результат ошибок округления вычислений.

Процедура лифтинга может использоваться для декомпозиции любой несингулярной чётной матрицы  $(2N \times 2N)$  по формуле

$$\begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_N & 0 \\ T^{-1} & I_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_N & -T \\ 0 & I_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I_N \\ I_N & T^{-1} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где  $T$  — инвертируемая матрица преобразования размерностью  $N \times N$ ,

$I_N$  — единичная матрица размерность  $N \times N$ .

Обратное и прямое ДКП-IV вычисляются по одинаковым формулам (14).

Следовательно, для вычисления ДКП-IV можно использовать:

$$\begin{pmatrix} \text{ДКП}_{IV} & 0 \\ 0 & \text{ДКП}_{IV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_N & 0 \\ \text{ДКП}_{IV} & I_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_N & -\text{ДКП}_{IV} \\ 0 & I_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I_N \\ I_N & \text{ДКП}_{IV} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Выражение (18) позволяет вычислить одновременно ДКП для двух блоков данных. Это могут быть блоки двух параллельных каналов или два рядом расположенных блока одного канала.

Упрощённая схема целочисленного ДКП-IV без перестановок и инверсии знаков показана на рисунке 2.

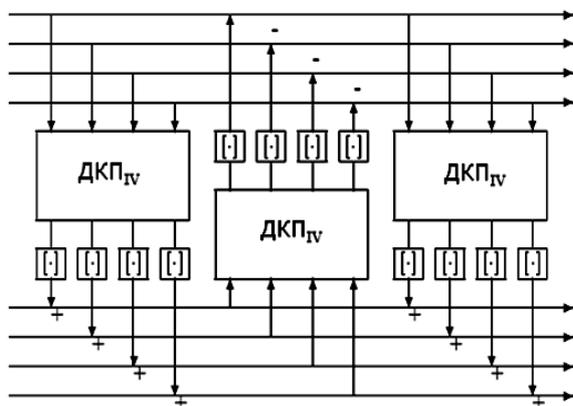


Рисунок 2 — Целочисленное ДКП-IV

Исходные данные разделяются на перекры-

вающиеся блоки. Каждый блок содержит  $N$  отсчётов. Соседние блоки перекрываются так, что первая половина отсчётов любого блока одновременно принадлежит предыдущему блоку, а вторая половина отсчётов блока одновременно принадлежит следующему блоку, затем для каждого блока рассчитывается МДКП.

Полученные блоки коэффициентов преобразования группируются в сегменты, состоящие из  $M$  перекрывающихся блоков. Вследствие перекрытия блоков декодирование сегмента становится зависимым от данных, содержащихся в соседних сегментах. Для обеспечения независимости декодирования сегментов в начало и в конец сегмента добавлены блоки нулей.

После преобразования всех блоков сегмента коэффициенты преобразования с одинаковыми индексами группируются и кодируются энтропийным кодером независимо друг от друга.

**Экспериментальная часть.** Будем рассматривать методику кодирования, при которой исходное цифровое изображение предварительно разбивается на квадратные фрагменты размером  $N \times N$  точек (пикселей), размер таких фрагментов примем равным  $8 \times 8$  точек, каждый фрагмент обрабатывается с помощью двумерного ДКП.

В свою очередь, двумерное ДКП представляет собой разделимое преобразование, т.е. его вычисление сводится к последовательному выполнению одномерных ДКП.

Такой подход определяет способ вычисления двумерного ДКП, который носит название метода строк и столбцов. При этом сначала вычисляются ДКП для каждого столбца блока элементов изображения, а затем в полученной матрице  $8 \times 8$ , чисел вычисляются ДКП для каждой строки.

В получившейся матрице коэффициентов низкочастотные компоненты расположены ближе к левому верхнему углу, а высокочастотные — справа и внизу. Это важно потому, что большинство графических образов состоит из низкочастотной информации. Высокочастотные компоненты не так важны для передачи изображения.

Таким образом, ДКП позволяет определить, какую часть информации можно безболезненно выбросить, не внося серьезных искажений в картинку.

Применив для вычислений одномерного ДКП быстрый алгоритм для выполнения двумерного ДКП  $8 \times 8$  необходимо будет произвести 96 вещественных умножений и 466 вещественных сложений [12]. Диапазон возможных значений, которые могут принимать элементы спектра, после выполнения процедуры кодирования

существенно уменьшается, появляется большое количество нулей.

Для оценки распределения амплитуд распределения средней энтропии в зависимости от величины коэффициента корреляции зададимся двумя уровнями ошибки восстановления, рекомендуемыми в [3].

$$\sqrt{\varepsilon_x^2} = 0.1 \text{ (-20 дБ)} \text{ и } \sqrt{\varepsilon_x^2} = 0.05 \text{ (-26 дБ)}.$$

Зависимость средней энтропии  $H^0$  (ДКП) элемента спектра (бит) от коэффициента корреляции  $\rho$

$\rho$	$H^0$ (ДКП)	$H^0$ (ДКП)
	$\sqrt{\varepsilon_x^2} = 0.1$	$\sqrt{\varepsilon_x^2} = 0.05$
0,98	0,489	0,884
0,97	0,611	1,18
0,96	0,748	1,45
0,94	1,04	1,93
0,92	1,31	2,29
0,90	1,55	2,57
0,85	2,05	3,02
0,80	2,38	3,33
0,60	3,06	4,03
0,30	3,47	4,46

Как следует из полученной таблицы, погрешность представления сжатого изображения при заданных погрешностях восстановления известного и предложенного алгоритмов уменьшается в среднем на 30 %.

Анализ приведенных данных показывает, что МДКП—спектр очень удобен для сжатия данных. Одной из его особенностей является то, что основной «вес» его составляющих концентрируется в небольшой области вблизи нулевых частот, а амплитуды высокочастотных составляющих или очень малы, или равны нулю.

При этом передаются только те коэффициенты, которые превышают пороговую величину, а остальные считаются нулевыми.

Введение порога, естественно, приводит к потерям информации и соответственно к снижению качества восстановленного изображения, однако при оптимальном выборе величины порога такое ухудшение окажется практически незаметным.

Сравнительный анализ вычислительной сложности и времени обработки изображения показывает, что рассмотренное МДКП обладает большей эффективностью, чем известное ДКП (рисунки 3, 4).

Из рисунка 3 следует, что минимальный выигрыш по умножениям при длине блока, равной восьми, составляет 5 %; с ростом длины блока выигрыш увеличивается; среднее значение выигрыша по операциям умножения составляет 15 %.

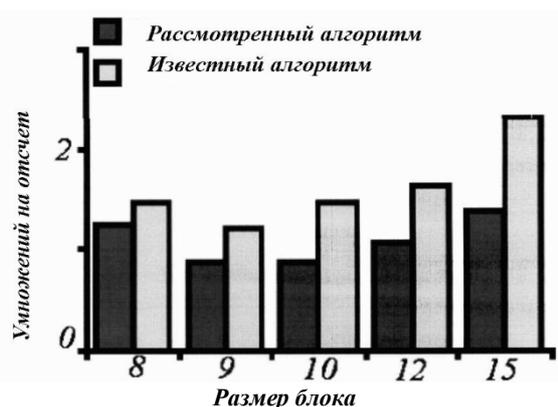


Рисунок 3 — Сравнительный анализ вычислительной сложности

Анализ графиков на рисунке 4 показывает, применение предложенного алгоритма позволяет уменьшить время обработки двумерных массивов в среднем в 1,7 раза.

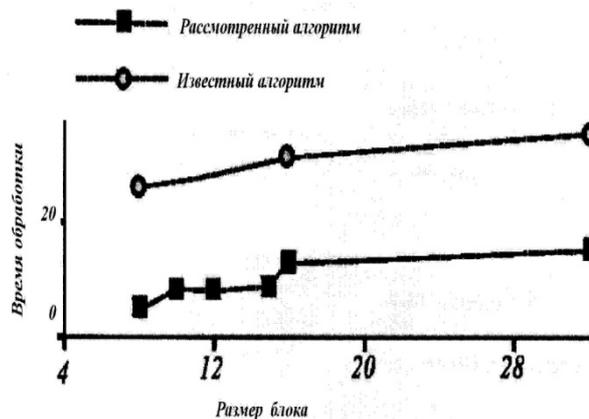


Рисунок 4 — Время обработки изображения блочным ДКП

**Заключение.** В статье предложен новый алгоритм сжатия двумерных данных, в частности, изображений на основе модифицированного дискретного косинусного преобразования, который позволяет:

- уменьшить вычислительную сложность алгоритма сжатия изображения на 15 %;
- уменьшить время обработки изображения в 1,7 раза;
- снизить погрешность представления сжатого изображения при заданных погрешностях восстановления известного и предложенного алгоритмов на 30 %.

#### Библиографический список

1. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: пер. с англ. / под ред. И.Б. Фоменко. - М.: Связь, 1980. - 248 с.: ил.
2. Yip P.C., Rao K. R. The transform and data compression handbook. - Boca Raton: CRC Press, Inc., 2001. P.408.
3. Панасенко П.В., Янчук Е.Е., Дьяконов В., Абра-

менкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002, 608 с.

4. Wallace G.K. Overview of the JPEG (ISO/CCITT) still image compression: image processing algorithms and techniques // Proceedings of the SPIE.-1990.-V.1244. - P. 220-233.

5. Wallace G.K. The JPEG algorithm for image compression standard // Communications of the ACM. - 1991. -V.34. - P. 30-44.

6. Kurosaki M., Waki H. A. JPEG-compliant color image compression / decompression LSI // Mitsubishi Elec. Adv.-1994.-V.68, Sept.- P.17-18.

7. Fractal image compression: theory and application./ Ed.: Y.Fisher. - New York, 1995. – XVIII. P. 341.

10. Тихоненко О.М. Модели массового обслуживания в системах обработки информации.– Мн.: Университетское. - 1990. 191 с.

11. Wang Y., Vilermo M. The modified discrete cosine transform: its implications for audio coding and error concealment // Proceedings of AES 22nd International Conference. – Espoo, 2002. - P. 223 - 232.

12. Li J. Reversible FFT and MDCT via matrix lifting // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing.- Montreal, 2004. - Vol. 4, - P. 173 - 176.