

ПЕРЕДАЧА И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 621.932

Б.А. Алпатов, В.С. Муравьев

ОБНАРУЖЕНИЕ И СЛЕЖЕНИЕ ЗА ВОЗДУШНЫМИ ОБЪЕКТАМИ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ ВИДЕОИНФОРМАЦИИ И ИЗМЕРЕНИЙ ДАЛЬНОСТИ

На основе моделей фоноцелевой обстановки синтезирован алгоритм обнаружения и слежения за воздушными объектами, использующий комплексирование видеоинформации и измерений дальности. Предложен упрощенный подход, опирающийся на результаты теоретических исследований. Представлены результаты экспериментов, выполненных на базе сгенерированных и натурных видеосюжетов. Возможная область применения включает обеспечение безопасности аэропортов, контроль и мониторинг воздушного движения, ряд специальных приложений.

Ключевые слова: объект, обнаружение, слежение, комплексирование информации, измерение дальности.

Введение. Одними из наиболее распространенных задач, решаемых системами технического зрения, являются обнаружение и слежение за объектами интереса. Возможности подходов, связанные с анализом информации от одного видеодатчика, во многом приблизились к своему пределу, поэтому естественным является стремление разработчиков получить больше информации о характеристиках объектов. Одним из способов достижения этой цели является использование мультиспектральных датчиков. Однако формируемые изображения являются двумерной проекцией трехмерной сцены, таким образом, теряется важная характеристика объекта – его удаленность от точки наблюдения. Для устранения этого недостатка предпринимаются упорные попытки интеграции видео- и дальнометрической информации, а также средств их анализа в единый комплекс. Подобные программно-аппаратные комплексы уже нашли применение в таких областях, как навигация мобильных роботов, распознавание образов, высокоточное 3D-моделирование [1].

В данной работе рассматривается алгоритм обработки видеоинформации и измерений дальности, предназначенный для использования в системах контроля и мониторинга воздушного пространства. В качестве объектов интереса выступают пилотируемые и беспилотные летательные ап-

параты. Необходимо находить оценки их местоположения и строить траектории движения в трехмерном пространстве в темпе поступления данных. Решение отмеченной проблемы предполагает использование моделей объединения данных.

Обзор литературы показывает, что вопросы построения вычислительно эффективных процедур комплексирования разнородных наблюдений, ориентированных на повышение качества обнаружения и слежения за воздушными объектами в условиях их заслонения и действия различных помех, во многом остаются без внимания. Сформулируем **цель работы**, которая заключается в повышении достоверности обнаружения и надежности слежения за воздушными объектами на основе совместной обработки видеоинформации и измерений дальности в системах технического зрения.

Объединение информации, получаемой от нескольких датчиков, работающих на разных физических принципах, может происходить на следующих основных этапах обработки [1, 2]:

- комплексирование исходных данных;
- комплексирование информации на этапе обнаружения объектов;
- комплексирование информации на этапе слежения за объектами.

Для реализации первого способа, как правило, необходимо создать трехмерные модели на-

блюдаемой сцены. Применение 3D-моделей предъявляет значительные требования к объему памяти и вычислительным ресурсам, поэтому их использование в системах реального времени в настоящий момент затруднительно. Известные модели и процедуры комплексирования разнородных данных на этапе обнаружения объектов предполагают привлечение математического аппарата [1] теории вероятностей, теории Демпстера – Шеффера, теории нечетких множеств, теории искусственных нейронных сетей. Отметим, что теория вероятностей является наиболее разработанной из всех и широко используется на практике. Модели комплексирования данных на этапе слежения за объектами строятся, как правило, на основе многомерной калмановской фильтрации.

Комплексирование информации на этапе обнаружения объектов. Рассмотрим постановку задачи обнаружения объектов. Пусть видеодатчик формирует последовательность изображений с частотой $\frac{1}{\tau}$ кадров в секунду, где τ – период следования кадров. Пусть наблюдаемое изображение описывается функцией $l(i, j)$. Здесь и далее i, j – координаты точки $(i, j) \in D$, где $D \in \{(i, j) : i = \overline{0, N_x - 1}, j = \overline{0, N_y - 1}\}$ – множество точек, на котором задано изображение, N_x, N_y – размеры изображения по вертикали и по горизонтали.

Примем следующую модель наблюдения [3]:

$$l(i, j) = h(i, j)r(i, j) + g(i, j)(1 - r(i, j)) + \xi(i, j), (i, j) \in D, \quad (1)$$

где $g(i, j)$ и $h(i, j)$ – соответственно яркости точек фона и объектов на изображении, $\xi(i, j)$ – шум с нулевым средним, некоррелированный в пространстве. В соответствии с рассматриваемой моделью атмосфера считается полностью прозрачной, а объект и фон – полностью непрозрачными. Индикаторная функция $r(i, j)$ принимает значение 1 в точках (i, j) , где находится объект, и 0 в остальных случаях.

При наблюдении удаленного объекта на фоне неба яркости объекта и фона можно приближенно считать случайными величинами, не зависящими от пространственных координат. Априорные плотности распределения яркостей объекта h и фона g зададим в виде

$$p(h) = p(g) = \frac{1}{l_{\max}}, \text{ при } h = [0, l_{\max}], g = [0, l_{\max}],$$

где $l_{\max}$ – верхняя граница диапазона яркостей

наблюдаемого изображения [4]. Шум примем белым гауссовским с нулевым средним и известной дисперсией σ_{ξ}^2 .

Местоположение объекта на изображении неизвестно, но учтем, что известна его конфигурация, определяемая множеством H_0 . Координаты точек объекта на наблюдаемом изображении зададим множеством $H_{(\alpha, \beta)} = \{(i, j) \mid (i - \alpha, j - \beta) \in H_0\}$, где координаты (α, β) описывают возможное местоположение объекта. Будем исходить из предположения, что координаты (α, β) являются парой дискретных случайных величин с равномерным законом распределения $p(\alpha, \beta)$ и возможным количеством положений объекта в кадре $N_{об}$.

В качестве устройства измерения дальности в системах технического зрения все более широкое распространение находит использование лазерного лоатора. Информацию о глубине сцены при таком способе получения данных о расстоянии от точки наблюдения удобно представить в виде изображения, формируемого путем проекции сцены на плоскость чувствительного элемента, где каждому значению яркости поставлено в соответствие значение дальности. Предполагается, что видеодатчик и лоатор съюстированы и информация о дальности сопоставлена с каждой точкой видеокдра. Будем считать, что в случае несоответствия частоты поступления изображений и информации о дальности применяются методы интерполяции.

При задании математической модели будем иметь в виду, что лазерным устройством излучается импульсный сигнал. Принимаемый приемником сигнал имеет некоторую амплитуду, уменьшающуюся при удалении объекта. Линейные размеры объекта интереса зачастую значительно меньше расстояния до него, что позволяет положить дальность одинаковой для всех точек объекта. Измерения дальности могут быть существенно искажены воздействием шума. В данной работе будем полагать, что в шуме преобладает аддитивная составляющая. Обобщая вышеизложенные допущения, представим модель формирования измерений дальности $z(i, j)$:

$$z(i, j) = w r(i, j) + \xi_z(i, j), \quad (2)$$

где w – неизвестная амплитуда сигнала, $\xi_z(i, j)$ – шум измерения, представляющий собой белый гауссовский процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_z^2 . Априорную плотность распределения $p(w)$ будем полагать равномерной на интервале $[0, w_{z \max}]$, $w_{z \max}$ – верхняя граница яркости.

Для решения задачи обнаружения объекта при его неизвестном местоположении на основе совместного наблюдения $l(i, j)$ и $z(i, j)$ необходимо сделать выбор между гипотезой X_1 (объект присутствует) и альтернативной гипотезой X_0 (объект отсутствует).

Учтем тот факт, что параметры h, g, α, β, w представляют собой независимые случайные величины. В соответствии с байесовской теорией обнаружения и оценивания [5] правило принятия решения состоит в сравнении отношения правдоподобия $\Lambda = p_{cp}(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | X_1) / p_{cp}(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | X_0)$ с порогом, где $p_{cp}(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | X_1), p_{cp}(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | X_0)$ – усредненные по неизвестным параметрам плотности распределения процессов $\mathbf{L} = [l(i, j)]$, $\mathbf{Z} = [z(i, j)]$, $i = \overline{0, N_x - 1}$, $j = \overline{0, N_y - 1}$ при наличии и отсутствии объекта. Раскрывая выражение для Λ , получаем:

$$\Lambda = \frac{\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \int \int \int p_1(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | g, h, \alpha, \beta, w) p(h, g, \alpha, \beta, w) dh dg dw}{\int p_0(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | g) p(g) dg}, \quad (3)$$

где $p(h, g, \alpha, \beta, w) = p(h)p(g)p(\alpha, \beta)p(w)$.

В рассматриваемом случае измерения дальности и яркость в каждой точке видеокдра можно считать независимыми, из чего с учетом принятых моделей наблюдаемых случайных процессов следует:

$$p_1(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | g, h, \alpha, \beta, w) = p_1(\mathbf{L} | g, h, \alpha, \beta) p_1(\mathbf{Z} | \alpha, \beta, w), \quad (4)$$

$$p_0(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | g) = p_0(\mathbf{L} | g) p_0(\mathbf{Z}).$$

Тогда отношение правдоподобия (3) можно записать в следующем виде:

$$\Lambda = \frac{\sum_{\alpha} \sum_{\beta} p(\alpha, \beta) \Lambda_z(\alpha, \beta) \int \int p_1(\mathbf{L} | g, h, \alpha, \beta) p(h) p(g) dh dg}{\int p_0(\mathbf{L} | g) p(g) dg}, \quad (5)$$

где $\Lambda_z(\alpha, \beta) = \int p_1(\mathbf{Z} | \alpha, \beta, w) p(w) dw / p_0(\mathbf{Z})$.

Принимая во внимание (1), (2) и модель фоноцелевой обстановки, получаем законы распределения видеоданных и измерений дальности при наличии и отсутствии объекта:

$$p_1(\mathbf{L} | g, h, \alpha, \beta) = k_l \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\xi}^2} \sum_{(i,j) \in G(\alpha, \beta)} (l(i, j) - g)^2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\sigma_{\xi}^2} \sum_{(i,j) \in H(\alpha, \beta)} (l(i, j) - h)^2 \right\}, \quad (6)$$

$$p_0(\mathbf{L} | g) = k_l \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\xi}^2} \sum_{(i,j) \in R} (l(i, j) - g)^2 \right\};$$

$$p_1(\mathbf{Z} | \alpha, \beta, w) = k_z \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_z^2} \sum_{(i,j) \in H(\alpha, \beta)} (z(i, j) - w)^2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\sigma_z^2} \sum_{(i,j) \in G(\alpha, \beta)} z^2(i, j) \right\}, \quad (7)$$

$$p_0(\mathbf{Z}) = k_z \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_z^2} \sum_{(i,j) \in R} z^2(i, j) \right\},$$

где $k_l = (2\pi\sigma_{\xi}^2)^{-N_x N_y / 2}$, $k_z = (2\pi\sigma_z^2)^{-N_x N_y / 2}$, $G_{(\alpha, \beta)} = R \setminus H_{(\alpha, \beta)}$.

Подставляя (6) в (5) и используя методику интегрирования, приведенную в [5], отношение правдоподобия можно упростить:

$$\Lambda = \frac{k_{o\beta}}{N_{o\beta}} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \Lambda_z(\alpha, \beta) \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_{\xi}^2} \left(\sum_{(i,j) \in G(\alpha, \beta)} (l(i, j) - \hat{g}_{\alpha, \beta})^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{(i,j) \in H(\alpha, \beta)} (l(i, j) - \hat{h}_{\alpha, \beta})^2 - \sum_{(i,j) \in R} (l(i, j) - \hat{g}_0)^2 \right) \right\}, \quad (8)$$

где $k_{hg} = \sqrt{2\pi\sigma_{\xi}^2} \sqrt{N_x N_y} / l_{\max} \sqrt{S_h S_g}$,

$S_h = \text{num}\{H_{(\alpha, \beta)}\}$, $S_g = \text{num}\{G_{(\alpha, \beta)}\}$, $\text{num}\{\dots\}$ – количество элементов множества,

$\hat{h}_{\alpha, \beta} = \arg \max_h p_1(\mathbf{L} | \alpha, \beta, g, h)$, $\hat{g}_0 = \arg \max_g p_0(\mathbf{L} | g)$,

$\hat{g}_{\alpha, \beta} = \arg \max_g p_1(\mathbf{L} | \alpha, \beta, g, h)$ – оценки неизвест-

ных параметров модели. Оценки $\hat{h}_{\alpha, \beta}, \hat{g}_0, \hat{g}_{\alpha, \beta}$ можно получить, решив соответствующие уравнения максимального правдоподобия. Подставив найденные решения в (8), упростим полином, стоящий в показателе экспоненциальной функции [4]:

$$\Lambda = \frac{k_{hg}}{N_{o\beta}} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \Lambda_z(\alpha, \beta) \exp \left\{ \frac{S_g S_h}{2\sigma_{\xi}^2 N_x N_y} (\hat{h}_{\alpha, \beta} - \hat{g}_{\alpha, \beta})^2 \right\}, \quad (9)$$

где $\hat{h}_{\alpha, \beta} = \sum_{(i,j) \in H(\alpha, \beta)} l(i, j) / S_h$, $\hat{g}_{\alpha, \beta} = \sum_{(i,j) \in G(\alpha, \beta)} l(i, j) / S_g$.

Подставив (7) в выражение для $\Lambda_z(\alpha, \beta)$ и используя аналогичный подход, получим:

$$\Lambda = \frac{K_{o\beta}}{N_{o\beta}} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \exp \left\{ \frac{S_g S_h (\hat{h}_{\alpha, \beta} - \hat{g}_{\alpha, \beta})^2}{2\sigma_{\xi}^2 N_x N_y} + \frac{S_h \hat{w}_{\alpha, \beta}^2}{2\sigma_z^2} \right\}, \quad (10)$$

где $K_{o\beta} = \sqrt{2\pi} \sigma_z k_{hg} / z_{\max}$, $\hat{w}_{\alpha, \beta} = \sum_{(i,j) \in H(\alpha, \beta)} z(i, j) / S_h$.

Максимальная вероятность правильного обнаружения объекта при вероятности ложной тревоги, не превышающей фиксированной величины $P_{\text{л}}$, достигается при использовании критерия Неймана – Пирсона [5]. В соответствии с этим критерием правило принятия решения об обнаружении обь-

екта при комплексировании видеоинформации и измерений дальности запишется в виде:

$$\frac{1}{N_{\alpha\beta}} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \exp \left(\frac{S_g S_h}{2\sigma_{\xi}^2 N_x N_y} (\hat{h}_{\alpha,\beta} - \hat{g}_{\alpha,\beta})^2 + \frac{S_h}{2\sigma_z^2} \hat{w}_{\alpha,\beta}^2 \right) > \frac{C}{K_{\alpha\beta}}, \quad (11)$$

где $C = C(P_{\alpha})$ – некоторая константа, зависящая от допустимой величины ложной тревоги.

Использование информации о дальности позволит сократить число похожих на объекты образований, зачастую возникающих на изображениях границ облачного слоя. Улучшение качества работы достигается за счет значительного уменьшения вклада второго слагаемого, стоящего в левой части выражения (11), вследствие интенсивного поглощения и рассеивания лазерного излучения водяными парами.

При синтезе алгоритма обнаружения объекта ставилась задача проверки гипотезы о том, присутствует объект на изображении или нет. В практической ситуации также необходимо знать конкретное местоположение объекта на изображении для последующего решения задачи измерения его параметров и анализа траектории движения. Таким образом, требуется отыскать оценки $(\hat{\alpha}_{\alpha\beta}, \hat{\beta}_{\alpha\beta}, \hat{z}_{\alpha\beta} = z(\hat{\alpha}_{\alpha\beta}, \hat{\beta}_{\alpha\beta}))$ координат, задающих наиболее вероятное положение искомого объекта, т.е. решить задачу измерения координат объекта.

Для нахождения оценок $(\hat{\alpha}_{\alpha\beta}, \hat{\beta}_{\alpha\beta})$ может использоваться алгоритм, построенный на основе критерия максимального правдоподобия. Сложная гипотеза X_1 о наличии объекта в кадре принимается в том случае, если выполняется неравенство

$$\frac{\max_{\alpha,\beta,g,h,w_z} p_1(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | g, h, \alpha, \beta, w)}{\max_g p_0(\mathbf{L}, \mathbf{Z} | g)} > C. \quad (12)$$

Принимая во внимание независимость неизвестных параметров модели и свойства максимально правдоподобных оценок, получаем:

$$\frac{\max_{\alpha,\beta} p_1(\mathbf{L} | \hat{g}_{\alpha,\beta}, \hat{h}_{\alpha,\beta}, \alpha, \beta) p_1(\mathbf{Z} | \alpha, \beta, \hat{w}_{\alpha,\beta})}{p_0(\mathbf{Z}) p_0(\mathbf{L} | \hat{g}_0)} > C. \quad (13)$$

При подстановке в (13) выражений (6), (7) и оценок максимального правдоподобия неравенство можно преобразовать к виду:

$$\max_{\alpha,\beta} \left(\frac{S_g S_h}{\sigma_{\xi}^2 N_x N_y} (\hat{h}_{\alpha,\beta} - \hat{g}_{\alpha,\beta})^2 + \frac{S_h}{\sigma_z^2} \hat{w}_{\alpha,\beta}^2 \right) > C_1, \quad (14)$$

где $C_1 = \ln(2C)$.

Таким образом, алгоритм обнаружения объекта и измерения его координат состоит в максимизации критериальной функции, стоящей в левой части (14), и сравнении максимального значения с порогом. В случае принятия гипотезы X_1 координаты $(\hat{\alpha}_{\alpha\beta}, \hat{\beta}_{\alpha\beta})$, задающие местоположение объекта на изображении, будут составлять максимум критериальной функции.

Комплексирование информации на этапе слежения за объектами. После решения задачи обнаружения и измерения координат объектов возникает необходимость анализа траекторий их движения для отслеживания перемещения с течением времени.

Будем считать, что движение объекта складывается из прямолинейного движения и движения по кругу с постоянной угловой скоростью ω в трехмерном пространстве. Положим, что наблюдаемый объект движется с относительно небольшой скоростью, не совершая резких маневров за период следования кадров. Составим вектор состояния $\mathbf{X}(n)$ в момент времени n из следующих десяти элементов $\mathbf{X}(n) = [\alpha_{\alpha\beta}, v_{\alpha}, a_{\alpha}, \beta_{\alpha\beta}, v_{\beta}, a_{\beta}, z_{\alpha\beta}, v_z, a_z, \omega]^T$, где $[v_{\alpha}, v_{\beta}, v_z]$, $[a_{\alpha}, a_{\beta}, a_z]$ – векторы скорости и ускорения объекта в трехмерном пространстве. Случайные возмущения траектории учитываются с помощью составляющей $\mathbf{w}(n)$, описываемой белым шумом с нулевым средним и диагональной ковариационной матрицей. Модель состояния объекта принимается в виде:

$$\mathbf{X}(n+1) = \mathbf{F}\mathbf{X}(n) + \mathbf{G}\mathbf{w}(n), \quad (15)$$

где $\mathbf{X}(n+1)$ – вектор состояния в момент времени $n+1$, $\mathbf{F}$ – матрица динамики, $\mathbf{G}$ – матрица весовых коэффициентов шумовой составляющей. Из [6] следует, что в соответствии с принятыми допущениями матрицу динамики можно представить в виде $\mathbf{F} = \text{diag}(\mathbf{F}_{\omega}, \mathbf{F}_{\omega}, \mathbf{F}_{\omega}, 1)$, где

$$\mathbf{F}_{\omega} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \omega / \omega & (1 - \cos \omega) / \omega^2 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega / \omega \\ 0 & -\omega \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}, \quad \text{а матрица}$$

$$\mathbf{G}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{Введем модель измерения}$$

координат объекта:

$$\boldsymbol{\theta}(n) = \mathbf{H}\mathbf{X}(n) + \mathbf{s}(n), \quad (16)$$

где $\boldsymbol{\theta}(n)$ – вектор измерений координат объекта в кадре n , $\mathbf{s}(n)$ – гауссовский белый шум с нуле-

вым математическим ожиданием и диагональной ковариационной матрицей,

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \text{матрица наблюдения.}$$

В пределе $\omega \rightarrow 0$ модель (15) можно свести к случаю линейного движения объекта со случайным ускорением. При неизвестных значениях ω модель в пространстве состояний будет нелинейной. Оптимальную оценку $\hat{\mathbf{X}}(n+1)$ можно получить, используя метод расширенной калмановской фильтрации [7], предполагающий линеаризацию уравнения (15) путем разложения в ряд Тейлора в окрестности прогноза вектора состояния, вычисленного на предыдущем шаге. Ошибка прогнозирования координат центра объекта $\mathbf{e}(n)$ представляет собой гауссовский белый шум с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{K}_e(n) = E\{\mathbf{e}(n)\mathbf{e}^T(n)\}$. При этом координаты интересующего объекта с наперед заданной вероятностью p попадают в область, называемую стробом и задаваемую неравенством

$$\mathbf{e}^T(n)\mathbf{K}_e^{-1}(n)\mathbf{e}(n) < d(p), \quad (17)$$

где $d(p)$ – фиксированное расстояние, которое определяется квантилем уровня p распределения χ^2 с тремя степенями свободы. Область, заданная неравенством (17), представляет собой эллипсоид, центрированный относительно прогнозируемого положения координат объекта, а длина его полуосей будет зависеть от собственных чисел обратной ковариационной матрицы $\mathbf{K}_e^{-1}(n)$. В случае попадания в строб нескольких объектов за искомый принимается тот, у которого евклидово расстояние от центра строба является наименьшим. Комплексирование информации на данном этапе приведет к повышению надежности селекции объектов и качества слежения в целом.

Упрощенный алгоритм обнаружения и слежения за объектами. Во многих случаях для снижения материальных затрат вместо лазерного радара устанавливается дальномер, который в техническом отношении значительно проще, но не позволяет измерить расстояния для всех точек наблюдаемого изображения за время формирования очередного кадра. Максимальное число точек, в которых можно измерить дальность, определяется временем отклонения луча, обычно достаточно малым, и частотой посылаемых импульсов эхо-сигнала. В этой ситуации предлагается использовать следующий упрощенный ал-

горитм, базирующийся на изложенном ранее теоретическом подходе. На этапе предварительного обнаружения выполняется анализ только видеоданных. Затем формируется список возможных объектов и координат их центров. В дальнейшем на этапе подтверждения результатов обнаружения с помощью лазерного дальномера измеряются дальности в точках, соответствующих центрам возможных объектов. Значения дальности используются на этапе слежения для прогнозирования положения объекта на следующий кадр и селекции объектов, попадающих в строб.

Заметим, что алгоритм обнаружения и измерения координат объектов синтезирован на основании предположения о постоянстве фоновой составляющей. Однако данный алгоритм допускает модификацию, при которой возможна его эффективная работа, даже если $g(i, j)$ является изменяющимся процессом [8]. При этом целесообразно ограничивать область, задаваемую $G_{(\alpha, \beta)}$, некоторой прямоугольной зоной, в пределах которой фон можно условно считать постоянным. Размеры зоны будут зависеть от яркостной изменчивости фоновой составляющей и площади наблюдаемого объекта. В частности, размеры прямоугольной зоны должны превышать размеры объекта на изображении. В большинстве случаев значение σ_{ξ}^2 изменяется с течением времени и необходимо вычислять ее оценку в каждом кадре.

Рассмотрим последовательность действий, выполняемую на этапе обнаружения воздушных объектов по данным видеонаблюдения, более подробно. Исходное изображение $l(i, j)$ параллельно обрабатывается двумя пространственными фильтрами с масками b_1 и b_2 размерностями $q_1 \times q_1$ и $q_2 \times q_2$, $q_2 > q_1$ соответственно, имеющими вид [8]:

$$b_1(m_i, m_j) = 1/q_1^2, \quad m_i, m_j = \frac{-(q_1-1)}{2}, \frac{(q_1-1)}{2};$$

$$b_2(m_i, m_j) = \begin{cases} 0 & \text{при } m_i, m_j = \frac{-(q_1-1)}{2}, \frac{(q_1-1)}{2}, \\ 1/(q_2^2 - q_1^2) & \text{иначе.} \end{cases} \quad (18)$$

Затем отфильтрованные изображения вычитаются, а модуль разности сравнивается с порогом T . Результаты численных экспериментов показывают, что при обработке полного кадра закон распределения вычисленной разности изображений имеет вид, близкий к нормальному с нулевым средним, поэтому порог можно выбрать как $T = k\hat{\sigma}$, где k – пороговый коэффициент.

ент, $\hat{\sigma}$ – оценка СКО остаточного фона. Вследствие неидеальности видеодатчика и неравномерности изображения фона и объекта на полученном после пороговой обработки бинарном изображении может быть заметна фрагментация связных областей (сегментов) и наличие точечного шума. Для устранения отмеченных недостатков осуществляется морфологическая обработка бинарных изображений, заключающаяся в последовательном применении операций морфологического закрытия и открытия с квадратными структурирующими элементами. Оценка параметров связных областей бинарного изображения производится с помощью процедуры разметки и параметризации, изложенной в [3]. На основании значений параметров сегментов и имеющейся априорной информации принимается решение о наличии объектов в обрабатываемом кадре. Сегменты, не прошедшие проверку, удаляются из дальнейшего рассмотрения.

Экспериментальные исследования. Так как системы технического зрения с лазерным локатором имеют довольно высокую стоимость, что заметно сдерживает их распространение, то практический интерес представляет тестирование работоспособности упрощенного алгоритма. В экспериментах использовалась база видеоданных, состоящая из пяти натуральных и трех синтезированных видеопоследовательностей общей продолжительностью шесть тысяч кадров. На созданных с помощью 3D-редактора видеосюжетах трехмерная модель летательного аппарата наблюдалась на фоне текстурного изображения кучевых облаков, а информация о дальности для всех точек сцены была доступна в любой момент времени. Набор естественных видеопоследовательностей был снят в ТВ- и ИК-диапазонах и выбирался таким образом, чтобы объекты интереса регулярно заслонялись элементами сцены, расположенными на переднем плане. Размер изображений объектов интереса варьировался от 2×2 до 32×18 пикселей, отношение сигнал/шум лежало в диапазоне от 5 до 30. Для ряда сюжетов расстояние от точки наблюдения до элементов сцены было известно с достаточно большой относительной погрешностью, достигающей 10 - 15 %.

Таким образом, решение задачи обнаружения объектов и их прослеживания целенаправленно усложнялось следующими факторами: наличием контрастного фона и интенсивного шума; кратковременным пропаданием информации об объекте; действием геометрических преобразований изображения, вызванных изменением ориентации видеодатчика; неточной информацией об удалении объекта. Характерные кадры из видеосюжетов приведены на рисунке.

Используемые на практике дальномеры на основе твердотельных лазеров позволяют с приемлемой помехоустойчивостью измерить расстояния для 3 - 4 сегментов при максимальном удалении объекта с эффективной площадью 2 м^2 на 8 - 9 км при метеорологической дальности видимости около 20 км. Отклонение лазерного пучка осуществляется за счет применения акустооптического эффекта.

В качестве оценки эффективности обнаружения рассчитывалось значение $P_{об}$ – отношение количества кадров, в которых объект был обнаружен, к длине видеопоследовательности, где он присутствовал. Дополнительно оценивалось среднее число ложно обнаруженных объектов в кадре $\bar{N}_л$, округленное до целого.



а



б

**Кадры из синтезированного (а)
и натурального (б) видеосюжетов**

При этом объект считался обнаруженным на изображении, если ошибка измерения координат центра объекта не превышала двух пикселей. Эталонные координаты объекта задавались человеком-экспертом. Для характеристики качест-

ва слежения вычислялась частота срыва $P_{ср}$. Под срывом слежения понимается прерывание процесса слежения вследствие выхода объекта из строга.

В таблице приведены количественные характеристики эффективности работы рассматриваемого алгоритма (A1), усредненные для групп синтезированных и натуральных видеосюжетов.

Усредненные количественные характеристики эффективности работы сравниваемых алгоритмов

Группа видеосюжетов	$P_{об}$, %	$\bar{N}_л$		$P_{ср}$, %	
		A1	A2	A1	A2
Синтезированные	97,3	4	5	0,1	0,3
Натурные	94,8	10	12	0,4	1,1

Для сравнения использовался алгоритм пространственной фильтрации изображений (A2) [8], который можно рассматривать как частный случай описанного в статье подхода. Данный алгоритм был выбран для сравнения, так как он нашел довольно широкое применение в бортовых системах технического зрения.

На основе анализа полученных результатов можно сделать вывод о преимуществе подхода, использующего комплексирование видеоинформации и измерений дальности. Так, отмечается сокращение числа ложных сегментов на 20 % при одной и той же вероятности правильного обнаружения и почти трехкратное уменьшение частоты срыва слежения.

Выводы. В работе синтезирован алгоритм обнаружения и слежения за объектами на основе совместного использования видеоинформации и измерений дальности. На основе теоретического подхода предложен упрощенный алгоритм, учитывающий ограничения на доступность информации о дальности до всех точек наблюдаемой сцены. При этом он обладает приемлемой вычислительной сложностью и позволяет повысить достоверность и надежность решения задачи об-

наружения и сопровождения объектов по сравнению с известным алгоритмом. Возможная область применения включает обеспечение безопасности аэропортов, контроль и мониторинг воздушного движения, ряд специальных приложений.

Исследования выполнены в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (контракт №16.740.11.0519 от 16 мая 2011г.) при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых российских ученых-кандидатов наук МК-958.2013.10.

Библиографический список

1. Klein L.A. Sensor and Data Fusion, SPIE Press, 2010. – 338 p.
2. Jitendra R.R. Multi-Sensor Data Fusion with MATLAB, CRC Press, 2010. – 534 p.
3. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление / Б.А. Алпатов, П.В. Бабаян, О.Е. Балашов, А.И. Степашкин – М.: Радиотехника, 2008. – 176 с.
4. Муравьев В.С. Пространственный алгоритм обнаружения и определения координат воздушных объектов на изображении // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – Рязань, 2009. – № 2(28). – С.17-20.
5. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
6. Li X.R., Jilkov V.A. Survey of Maneuvering Target Tracking: Dynamic Models // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – vol. 39, no. 4. – 2003. – PP. 1333-1364.
7. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation: theory, algorithms and software, New-York: Wiley, 2001. – 581p.
8. Алпатов Б.А., Блохин А.Н., Муравьев В.С. Алгоритм обработки изображений для систем автоматического сопровождения воздушных объектов // Цифровая обработка сигналов. – 2010. – № 4. – С.12-17.

УДК 004.932

Л.А. Демидова, Р.В. Тишкин, А.А. Юдаков

РАЗРАБОТКА АНСАМБЛЯ АЛГОРИТМОВ КЛАСТЕРИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ МАТРИЦ ПОДОБИЯ МЕТОК КЛАСТЕРОВ И АЛГОРИТМА СПЕКТРАЛЬНОЙ ФАКТОРИЗАЦИИ

Рассматривается задача сегментации гиперспектральных изображений с применением ансамбля алгоритмов кластеризации. Предложен подход к разработке ансамбля алгоритмов кластеризации, основанный на максимизации взаимной информации, содержащейся в частных векторах меток кластеров, полученных с применением алгоритмов кластеризации в условиях не-

определенности, посредством формирования консолидированной матрицы подобия меток кластеров с учетом разной степени значимости частных векторов меток кластеров. Предложен алгоритм разбиения графа, соответствующего матрице подобия меток кластеров объектов, основанный на применении спектральной факторизации и алгоритма нечетких c -средних.

Ключевые слова: гиперспектральное изображение, ансамбль алгоритмов кластеризации, вектор меток кластеров, консолидированная матрица подобия меток кластеров, спектральная факторизация.

Введение. В последние годы в развитии средств дистанционного зондирования Земли сформировалась тенденция по использованию гиперспектральной аппаратуры (ГСА) [1-3]. Информация, получаемая от такой аппаратуры, позволяет поставить в соответствие каждой точке земной поверхности множество значений яркости, полученных в различных спектральных (как правило, очень узких – от 1 до 15 нм) диапазонах. Одной из основных задач при обработке гиперспектральных изображений (ГСИ) является задача сегментации. В большинстве случаев задача сегментации ГСИ решается в условиях отсутствия априорной информации как о количестве кластеров (классов), на которые должна быть выполнена сегментация, так и о структуре и свойствах этих кластеров. Кроме того, при сегментации ГСИ следует учитывать такие их особенности, как:

- наличие сильной корреляции между точками ГСИ как в пространственной области, так и в области спектральных характеристик, что, как следствие, приводит к сильной корреляции (явной и скрытой) между точками ГСИ одного кластера и точками ГСИ разных кластеров;

- определение спектральных характеристик точки ГСИ зависит от влияния различных факторов: условий съемки, условий освещенности при съемке, углов визирования целевой аппаратуры, состояния атмосферы, состояния подстилающей поверхности и т.д.;

- в пространстве гиперспектральных характеристик точки ГСИ, характеризующиеся схожими спектральными характеристиками, расположены в виде компактных кластеров, однако при анализе векторов характеристик, описывающих конкретный гиперкуб данных, кластеры могут частично пересекаться, а их границы могут быть не точно определены из-за влияния различных факторов.

В связи с этим наиболее перспективным при решении задач сегментации ГСИ является применение так называемых алгоритмов кластеризации в условиях неопределенности (в частности, FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмов), обеспечивающих разбиение точек ГСИ на кластеры с учетом свойств кластерной относительности и/или

кластерной типичности [4-7]. Каждый такой алгоритм кластеризации реализует разбиение точек ГСИ, основываясь на заложенных в него математических принципах, и не обеспечивает учет всего многообразия скрытых связей между точками ГСИ. В результате точное выявление количества, структуры и свойств кластеров, формирующих то или иное множество точек ГСИ, не представляется возможным. При этом каждый алгоритм кластеризации может по-разному определять оптимальное количество кластеров, разбиение точек ГСИ на кластеры и, кроме того, может затрудняться в выявлении предпочтений по отнесению точки ГСИ к одному из кластеров [в случае, когда значения степеней принадлежности (типичности) какой-либо точки ГСИ двум и более кластерам совпадают, то есть точка ГСИ лежит на пересечении границ нескольких кластеров].

В последние годы для повышения устойчивости решений о результатах кластеризации применяются подходы, основанные на разработке ансамблей алгоритмов кластеризации, реализующих формирование консолидированного решения о результатах кластеризации, полученных с применением частных алгоритмов кластеризации [8, 9]. Очевидно, что при решении задачи сегментации ГСИ в качестве таких частных алгоритмов кластеризации могут быть применены алгоритмы кластеризации в условиях неопределенности: FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмы.

Применение рассматриваемых в статье алгоритмов обусловлено следующими причинами:

- рассматриваемые алгоритмы кластеризации реализуют упрощенную схему решения задачи сегментации, обеспечивающую приемлемое качество сегментации, и позволяют отказаться от построения сложных схем решения задачи сегментации, учитывая при этом всё многообразие свойств и взаимосвязей (явных и скрытых) между точками ГСИ в пространстве характеристик и отказываясь от ресурсозатратных вычислений корреляционных оценок;

- сегментация реализуется с учетом свойств относительности и/или типичности точек ГСИ кластерам;

- сегментация производится автоматически без вмешательства пользователя (оператора) и не

требует каких-либо априорных знаний о количестве кластеров, свойствах ГСИ и пр.

Цель работы. Целью настоящей работы является повышение точности и надежности решения задачи сегментации ГСИ посредством разработки ансамбля частных алгоритмов кластеризации.

Теоретическая часть. Главной особенностью кластерного ансамбля является то, что он реализует консолидацию частных векторов меток кластеров, полученных с применением частных алгоритмов кластеризации, без непосредственного рассмотрения исходных характеристик объектов кластеризации, в качестве которых, например, в контексте задачи сегментации ГСИ следует рассматривать точки этого ГСИ.

Пусть имеются шесть частных векторов меток кластеров λ^r ($r = \overline{1,6}$), сопоставленных множеству из 9 объектов x_i ($i = \overline{1,9}$):

$$\lambda^1 = (1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3); \lambda^2 = (3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1);$$

$$\lambda^3 = (2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 3, 3); \lambda^4 = (1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3);$$

$$\lambda^5 = (1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3); \lambda^6 = (2, 2, 0, 1, 1, 0, 1, 2, 0).$$

Как можно увидеть, векторы меток кластеров λ^1 , λ^2 и λ^3 логически идентичны, так как реализуют разбиение множества из 9 объектов на 3 кластера одинаковым образом, назначая при этом кластерам разные метки. Векторы меток кластеров λ^4 и λ^5 реализуют разбиения множества из 9 объектов на 3 кластера, сходные с разбиением для векторов меток кластеров λ^1 , λ^2 и λ^3 . Рассогласование для вектора меток кластеров λ^4 касается объектов x_3 и x_7 , а для вектора меток кластеров λ^5 – объектов x_4 и x_8 . Вектор меток кластеров λ^6 реализует существенно отличное от других разбиение множества из 9 объектов на 3 кластера, при этом для трех объектов x_3 , x_6 и x_9 значения меток кластеров неизвестны и обозначены «0».

Очевидно, что консолидированный вектор меток кластеров $\hat{\lambda}$ должен максимально учитывать информацию, содержащуюся в частных векторах меток кластеров λ^r ($r = \overline{1,6}$). И если для первых трех частных векторов меток кластеров λ^r ($r = \overline{1,3}$) выбор консолидированного вектора меток кластеров $\hat{\lambda}$ очевиден – это может быть любой из трех частных векторов меток кластеров λ^r ($r = \overline{1,3}$), то выбор консолидированного вектора меток кластеров $\hat{\lambda}$ для всех шести частных векторов меток кластеров λ^r ($r = \overline{1,6}$) требует проведения более тщательного анализа, и, тем

не менее, в данном случае оказывается, что в качестве консолидированного вектора меток кластеров $\hat{\lambda}$ можно использовать любой из трех частных векторов меток кластеров λ^r ($r = \overline{1,3}$). В сложных практических задачах выбор консолидированного вектора меток кластеров не является столь очевидным и требует применения соответствующих консолидирующих алгоритмов.

При построении консолидированного решения о результатах кластеризации хорошо зарекомендовали себя, в частности, подходы, основанные на принципах [9]:

- прямой максимизации количества взаимной информации, которую должно содержать консолидированное решение о результатах кластеризации с частными решениями, полученными с применением частных алгоритмов кластеризации;

- анализа консолидированной матрицы подобия меток кластеров объектов.

Подход, основанный на прямой максимизации количества взаимной информации, является традиционным и очевидным при разработке кластерного ансамбля, но при этом высокоресурсозатратным. Подход, основанный на анализе консолидированной матрицы подобия меток кластеров объектов при построении консолидированного решения о результатах кластеризации, реализует трансформирование векторов меток кластеров, полученных с помощью частных алгоритмов кластеризации, в гиперграфовое представление и является интуитивно эвристическим. При этом данный подход менее ресурсозатратный (его вычислительная сложность оценивается как $O(n^2)$, где n – количество точек) и обеспечивает высокое качество принимаемого решения о консолидированном векторе меток кластеров.

Предварительно при разработке ансамбля алгоритмов кластеризации, основанного на консолидированной матрице подобия меток кластеров объектов, осуществляется представление множества векторов меток кластеров (таблица 1) в виде гиперграфа, состоящего из вершин и гиперребер, связывающих произвольное количество вершин [9].

Сначала для каждого частного вектора меток кластеров $\lambda^r \in N^n$ строится бинарная матрица H^r ($r = \overline{1, R}$), содержащая индикаторы принадлежности/непринадлежности объектов кластерам, которым сопоставлены столбцы бинарной матрицы H^r (таблица 2). Каждый столбец (и соответственно кластер) рассматривается как гиперребро h_l ($l = \overline{1, L}$; $L = \sum_{r=1}^R c^r$; c^r – коли-

чество кластеров, формируемых r -м вектором меток кластеров). Значение в i -й строке j -го столбца бинарной матрицы H^r равно 1, если i -й объект принадлежит j -му кластеру ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, c^r}$; $r = \overline{1, R}$), в противном случае значение равно 0. Если для некоторого k -го объекта метка кластера неизвестна, то все значения в k -й строке бинарной матрицы H^r равны 0. Связанная блочная матрица $H = (H^1 \dots H^R)$ определяет матрицу смежности гиперграфа с n вершинами и $L = \sum_{r=1}^R c^r$ гиперребрами, в которой каждый кластер сопоставлен гиперребру, а множество разбиений на кластеры – гиперграфу.

Разбиение объектов на кластеры с использованием консолидированной матрицы S подобия меток кластеров объектов предполагает выполнение консолидации бинарных матриц S^r ($r = \overline{1, R}$) подобия меток кластеров объектов, полученных для частных векторов меток кластеров λ^r ($r = \overline{1, R}$) [9].

Бинарная матрица подобия S^r ($r = \overline{1, R}$) меток кластеров объектов размером $n \times n$ для частного вектора меток кластеров λ^r может быть получена с учетом предположения о том, что два объекта имеют степень подобия 1, если они принадлежат одному кластеру, а иначе их степень подобия равна 0, в соответствии со следующей формулой:

$$S^r = H^r \cdot (H^r)^T. \quad (1)$$

Усредненная матрица, вычисленная на основе R бинарных матриц подобия S^r ($r = \overline{1, R}$) частных равновесных векторов меток кластеров, представляет собой консолидированную матрицу подобия S меток кластеров объектов:

$$S = \frac{1}{R} \cdot \sum_{r=1}^R S^r. \quad (2)$$

Построенная таким образом консолидированная матрица подобия может быть использована для выполнения разбиения на кластеры с использованием какого-либо алгоритма кластеризации, основанного на учете свойства подобия при объединении объектов в кластеры [9, 10].

Для разбиения объектов на кластеры предлагается использовать алгоритм разбиения графа, основанный на спектральной факторизации [10]. При этом для осуществления кластеризации наряду с классическим алгоритмом c -средних (k -means), использовавшимся изначально, реализован алгоритм нечетких c -средних (FCM-алгоритм), показавший в ряде случаев лучшее качество ре-

зультатов разбиения, оцениваемое через стоимость разбиения графа на заданное количество кластеров, которая должна быть минимизирована [10]. Использование FCM-алгоритма, как и в большинстве других задач кластеризации, можно обосновать тем, что переход от принадлежности к непринадлежности объекта кластеру является плавным, а не скачкообразным, что не позволяет учесть жесткие алгоритмы кластеризации, дающие зачастую менее точные результаты кластеризации, чем FCM-алгоритм и его модификации [4].

Таблица 1 – Векторы меток кластеров объектов

Объект	Частные векторы меток кластеров объектов						Консолидированный вектор меток кластеров			
	λ^1	λ^2	λ^3	λ^4	λ^5	λ^6	$\hat{\lambda}_{k-means}$		$\hat{\lambda}_{fcm}$	
							Равновесн. коэф.	Неравновесн. коэф.	Равновесн. коэф.	Неравновесн. коэф.
x_1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1
x_2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1
x_3	1	2	3	1	2	3	1	1	1	1
x_4	2	3	3	2	3	3	2	2	2	2
x_5	2	3	3	2	1	1	2	2	2	2
x_6	3	2	2	3	2	2	1	1	3	1
x_7	3	1	2	3	3	1	3	3	3	3
x_8	1	1	3	1	1	3	1	2	1	1
x_9	1	3	3	1	2	3	1	2	1	1

Таблица 2 – Бинарные матрицы на основе векторов меток кластеров таблицы 1

Объект	H^1			H^2			H^3			H^4			H^5			H^6		
	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8	h_9	h_{10}	h_{11}	h_{12}	h_{13}	h_{14}	h_{15}	h_{16}	h_{17}	h_{18}
x_1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
x_2	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
x_3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
x_4	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
x_5	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
x_6	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
x_7	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
x_8	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
x_9	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Алгоритм разбиения графа, основанный на спектральной факторизации, может быть представлен следующей последовательностью шагов.

Шаг 1. Консолидированная матрица подобия S меток кластеров объектов, являющая симметричной, приводится к виду дважды стохастической матрицы $\tilde{S}$, то есть матрицы, у которой сумма элементов любого столбца (любой строки) равна 1. Пусть $\tilde{S}$ – матрица стоимости графа $G = (V, E)$ со множеством вершин V и множеством ребер E . При этом количество вершин равно количеству объектов n , а вес ребра e_{ij} , соединяющего i -ю и j -ю вершины, равен $\tilde{s}_{ij}$ ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$).

Шаг 2. Для заданного количества кластеров $c = \max_{r=1, R} (c^r)$ на основе матрицы $\tilde{S}$ определяются c собственных векторов v_k ($k = \overline{1, c}$), состоящих из n элементов, соответствующих c максимальным собственным значениям l_k ($k = \overline{1, c}$). Каждая i -я ($i = \overline{1, n}$) координата k -го ($k = \overline{1, c}$) собственного вектора v_k ($k = \overline{1, c}$) участвует в формировании нового объекта X_i с вектором координат $\tilde{v}_i = (v_{i1}, \dots, v_{ic})$ ($i = \overline{1, n}$).

Шаг 3. Для кластеризации объектов X_i ($i = \overline{1, n}$) используется FCM-алгоритм (как аналог классического алгоритма четких c -средних), реализующий разбиение объектов на c кластеров. Полученные при этом метки кластеров формируют искомым консолидированный вектор меток кластеров $\hat{\lambda}$.

Шаг 4. Стоимость $Cost$ разбиения графа $G = (V, E)$ на заданное количество кластеров c вычисляется как:

$$Cost = z - tr(P^T \cdot \tilde{S} \cdot P), \quad (3)$$

где $z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \tilde{s}_{ij}$; « tr » – обозначение операции

вычисления следа матрицы $P^T \cdot \tilde{S} \cdot P$, то есть суммы элементов главной диагонали матрицы $P^T \cdot \tilde{S} \cdot P$; $\tilde{S}$ – матрица стоимости графа размером $n \times n$; P – разреженная матрица размером $n \times c$, элементы которой определяются в соответствии с правилом:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й объект принадлежит } j\text{-му кластеру,} \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Следует отметить, что на шаге 3 при реализации FCM-алгоритма целесообразно его многократное выполнение или применение генетиче-

ского алгоритма для обеспечения нахождения субоптимальных результатов кластеризации [4].

Вышеописанный подход к разбиению объектов на кластеры с использованием консолидированной матрицы S подобия меток кластеров объектов предполагает, что все частные векторы меток кластеров равновесны, то есть все векторы меток кластеров имеют одинаковые весовые коэффициенты значимости: $w_r = 1$ ($r = \overline{1, R}$).

Однако зачастую по той или иной причине частные векторы меток кластеров могут характеризоваться разной степенью вклада в консолидированный вектор меток кластеров $\hat{\lambda}$. Например, при применении частных алгоритмов кластеризации в условиях неопределенности (в частности, FCM-, РСМ- и PFCM-алгоритмов) всем объектам кластеризации тем или иным образом сопоставляются значения функций принадлежности и/или типичности [4-7]. При этом в силу специфики данных частных алгоритмов кластеризации некоторые объекты могут быть классифицированы как принадлежащие (типичные) двум или более кластерам с одинаковой степенью принадлежности (типичности). При выполнении кластеризации таким объектам принудительно назначается принадлежность (типичность) одному из кластеров [обычно – кластеру с меньшим номером из тех кластеров, принадлежность (типичность) которым одинакова]. На самом же деле в этом случае можно говорить о том, что частный алгоритм кластеризации затрудняется однозначным образом определить большую принадлежность (типичность) объекта одному из кластеров, то есть реально однозначно определенная метка кластера данному пикселю не сопоставлена. В связи с этим предлагается для каждого непосредственно используемого частного алгоритма кластеризации определять количество однозначно классифицируемых объектов [в соответствии со значениями функций принадлежности (типичности)] и использовать количество однозначно классифицируемых каждым частным алгоритмом кластеризации объектов для вычисления весовых коэффициентов значимости частных алгоритмов кластеризации применительно к конкретному множеству объектов (в частности, к множеству точек ГСИ).

Алгоритм оценки весовых коэффициентов значимости частных алгоритмов кластеризации может быть представлен следующей последовательностью шагов.

Шаг 1. Для каждого частного алгоритма кластеризации (FCM-, РСМ- и PFCM-алгоритма) оценивается количество однозначно классифицируемых объектов [в соответствии со значе-

ниями функций принадлежности (типичности)] n_r ($r = \overline{1, R}$, где R – количество частных алгоритмов кластеризации).

Шаг 2. Весовой коэффициент значимости для каждого частного алгоритма кластеризации, используемого при построении ансамбля алгоритмов кластеризации, вычисляется как:

$$w_r = \frac{W_r}{\max_{k=\overline{1, R}} (W_k)}, \quad (4)$$

где $W_r = n_r / \sum_{k=1}^R n_k$; n – общее количество объектов кластеризации; n_r – количество объектов, однозначно классифицируемых r -м частным алгоритмом; R – количество частных алгоритмов кластеризации; $r = \overline{1, R}$.

В случае когда частные векторы меток кластеров неравновесны, то есть им сопоставлены разные весовые коэффициенты значимости, предлагается использовать алгоритм вычисления консолидированной матрицы подобия $\tilde{S}$ объектов, представленный следующей последовательностью шагов.

Шаг 1. Вычислить матрицы подобия S^r ($r = \overline{1, R}$) меток кластеров объектов на основе равновесных частных векторов меток кластеров в соответствии с формулой (1).

Шаг 2. Вычислить значения весовых коэффициентов значимости w_r ($r = \overline{1, R}$) частных алгоритмов кластеризации (и соответственно частных векторов меток кластеров λ^r) по формуле (4).

Шаг 3. Выполнить пересчет матриц подобия S^r ($r = \overline{1, R}$) меток кластеров объектов на основе равновесных частных векторов меток кластеров в матрицы подобия меток кластеров объектов $\tilde{S}^r$ ($r = \overline{1, R}$) на основе неравновесных частных векторов меток кластеров с учетом значений весовых коэффициентов значимости: $\tilde{S}^r = \{\tilde{s}_{ij}^r\}$ ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$), где

$$\tilde{s}_{ij}^r = \begin{cases} w_r \cdot s_{ij}^r, & \text{если } i \neq j; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}, \\ 1, & \text{если } i = j; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (5)$$

Шаг 4. Вычислить усредненную матрицу $\tilde{S}$ на основе R матриц подобия $\tilde{S}^r$ ($r = \overline{1, R}$) неравновесных частных векторов меток кластеров:

$$\tilde{S} = \frac{1}{R} \cdot \sum_{r=1}^R \tilde{S}^r. \quad (6)$$

Использование формулы (5) в предлагаемом

виде можно пояснить следующим образом. Так как любой i -й ($i = \overline{1, n}$) объект подобен самому себе, независимо от весового коэффициента значимости частного алгоритма кластеризации, то соответствующее ему значение элемента $\tilde{s}_{ii}^r$ ($i = \overline{1, n}$) в матрице подобия $\tilde{S}$ меток кластеров объектов остается неизменным и равно 1, как и в матрице подобия S меток кластеров объектов. Значения всех остальных элементов $\tilde{s}_{ij}^r$ ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$; $i \neq j$) матрицы подобия $\tilde{S}$ меток кластеров объектов вычисляются на основе значений элементов s_{ij}^r ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$; $i \neq j$) матрицы подобия S меток кластеров объектов посредством умножения на весовой коэффициент значимости w_r ($r = \overline{1, R}$) частного алгоритма кластеризации.

Экспериментальные исследования. Апробация предложенного подхода к разработке ансамбля алгоритмов кластеризации была выполнена на тестовых и реальных данных.

Для тестовых данных, приведенных в таблице 1, были вычислены консолидированные матрицы подобия S и $\tilde{S}$ меток кластеров объектов при условии равновесности и неравновесности частных векторов меток кластеров соответственно. В случае неравновесности весовые коэффициенты значимости w_r ($r = \overline{1, 6}$) равны: $w_1 = 0,67$; $w_2 = 1$; $w_3 = 1$; $w_4 = 0,78$; $w_5 = 0,78$; $w_6 = 0,78$. В таблице 3 приведены консолидированные матрицы подобия S и $\tilde{S}$ меток кластеров объектов и соответствующие им графические представления [при этом «чёрный» цвет заливки ячейки с координатами (i, j) соответствует отсутствию подобия между i -м и j -м объектами, а оттенки «серого» – разным степеням подобия между i -м и j -м объектами (чем светлее тон, тем больше подобие объектов)]. В таблице 1 приведены консолидированные векторы меток кластеров объектов при условии равновесности и неравновесности частных векторов меток кластеров, полученные на основе консолидированных матриц подобия S и $\tilde{S}$ с использованием алгоритма разбиения графа, основанного на спектральной факторизации. При этом рассмотрены варианты разбиения графа с применением алгоритма четких c -средних и FCM-алгоритма, обеспечивающие соответственно получение консолидированных векторов меток кластеров $\hat{\lambda}_{k\text{-means}}$ и $\hat{\lambda}_{fcm}$ (несовпадающие метки кластеров объектов при равновесных и неравно-

весных частных векторах меток кластеров выделены жирным шрифтом и жирным курсивным шрифтом соответственно).

При равновесных векторах меток кластеров объектов стоимость разбиения графа при использовании алгоритма четких c -средних равна 1,857, а при использовании FCM-алгоритма равна 1,571. При неравновесных векторах меток кластеров объектов стоимость разбиения графа при использовании алгоритма четких c -средних равна 2,165, а при использовании FCM-алгоритма равна 1,587. Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности применения FCM-алгоритма, позволяющего получить меньшее значение стоимости разбиения графа.

В качестве реальных данных были использованы ГСИ от ГСА Hyperion, AVIRIS и «Сокол-ГЦП». При этом при выполнении сегментации под объектом понималась некоторая точка ГСИ.

На рисунке 1 приведено цветосинтезированное изображение, полученное на основе ГСИ от датчика AVIRIS. На рисунке 2 показано соответствующее ему яркостное изображение в одном из спектральных каналов исходного ГСИ.

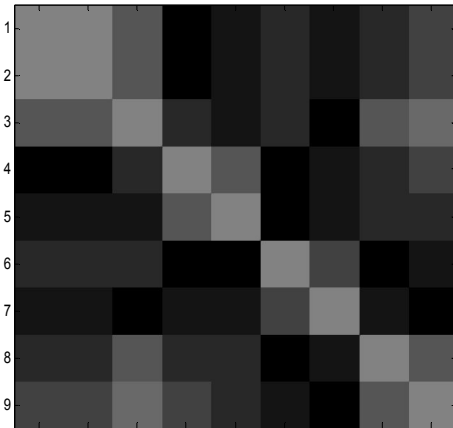
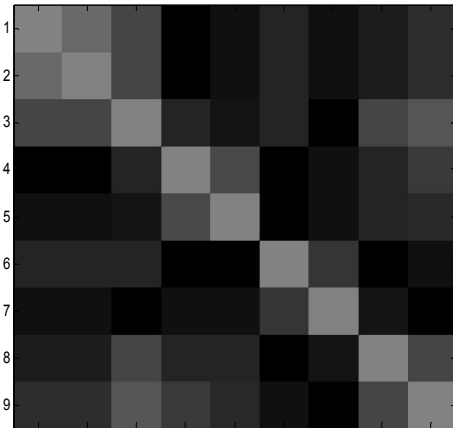
На рисунках 3-5 приведены результаты сегментации исходного ГСИ с применением частных алгоритмов кластеризации: FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмов, свидетельствующие о нали-

чии 4 кластеров, группирующих точки ГСИ в 4 класса: растительность, вода, земля, дороги и др. искусственные объекты (соответствующие четырем оттенкам цвета от черного до светло-серого). Значения ошибок ложных идентификаций точек ГСИ с применением FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмов составили соответственно 16,8, 17,7 и 13,4 %.

На рисунке 6 приведен результат сегментации с применением кластерного ансамбля, для которого значение ошибки ложных идентификаций точек ГСИ составило 10,3 %, что свидетельствует об уменьшении ошибки ложных идентификаций на 6,5, 7,4 и 3,1 % по сравнению со значениями ошибок ложных идентификаций точек ГСИ с применением FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмов за счет консолидации кластерным ансамблем частных результатов сегментации.

Средние значения ошибок ложных идентификаций точек ГСИ с применением FCM-, PCM-, PFCM-алгоритмов и кластерного ансамбля, полученные по результатам обработки ГСИ от ГСА Hyperion, AVIRIS и «Сокол-ГЦП», составили соответственно 14,6, 16,2, 11,3 и 7,4 %, что позволяет говорить о явном преимуществе использования кластерного ансамбля при решении задачи сегментации ГСИ.

Таблица 3 – Матрицы подобия меток кластеров объектов и их графическая интерпретация

	При равновесных частных векторах меток кластеров	При неравновесных частных векторах меток кластеров
Матрица подобия меток кластеров объектов	$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,67 & 0 & 0,17 & 0,33 & 0,17 & 0,33 & 0,50 \\ 1 & 1 & 0,67 & 0 & 0,17 & 0,33 & 0,17 & 0,33 & 0,50 \\ 0,67 & 0,67 & 1 & 0,33 & 0,17 & 0,33 & 0 & 0,67 & 0,83 \\ 0 & 0 & 0,33 & 1 & 0,67 & 0 & 0,17 & 0,33 & 0,50 \\ 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,67 & 1 & 0 & 0,17 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0,33 & 0 & 0 & 1 & 0,5 & 0 & 0,17 \\ 0,17 & 0,17 & 0 & 0,17 & 0,17 & 0,50 & 1 & 0,17 & 0 \\ 0,33 & 0,33 & 0,67 & 0,33 & 0,33 & 0 & 0,17 & 1 & 0,67 \\ 0,50 & 0,50 & 0,83 & 0,50 & 0,33 & 0,17 & 0 & 0,67 & 1 \end{bmatrix}$	$\tilde{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0,83 & 0,54 & 0 & 0,13 & 0,30 & 0,13 & 0,24 & 0,37 \\ 0,83 & 1 & 0,54 & 0 & 0,13 & 0,30 & 0,13 & 0,24 & 0,37 \\ 0,54 & 0,54 & 1 & 0,30 & 0,17 & 0,30 & 0 & 0,54 & 0,67 \\ 0 & 0 & 0,30 & 1 & 0,57 & 0 & 0,13 & 0,30 & 0,46 \\ 0,13 & 0,13 & 0,17 & 0,57 & 1 & 0 & 0,13 & 0,30 & 0,33 \\ 0,30 & 0,30 & 0,30 & 0 & 0 & 1 & 0,40 & 0 & 0,13 \\ 0,13 & 0,13 & 0 & 0,13 & 0,13 & 0,40 & 1 & 0,17 & 0 \\ 0,24 & 0,24 & 0,54 & 0,30 & 0,30 & 0 & 0,17 & 1 & 0,54 \\ 0,37 & 0,37 & 0,67 & 0,46 & 0,33 & 0,13 & 0 & 0,54 & 1 \end{bmatrix}$
Графическая интерпретация		

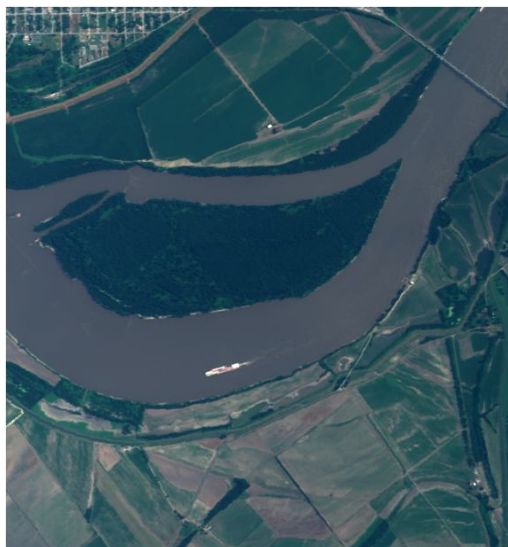


Рисунок 1 – Цветосинтезированное изображение района от датчика AVIRIS

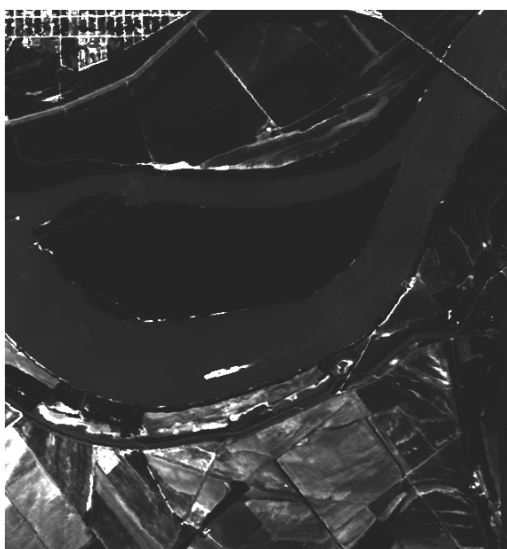


Рисунок 2 – Яркостное изображение в одном из спектральных каналов исходного ГСИ



Рисунок 3 – Сегментация с применением FCM-алгоритма



Рисунок 4 – Сегментация с применением PCM-алгоритма



Рисунок 5 – Сегментация с применением RFM-алгоритма



Рисунок 6 – Сегментация с применением кластерного ансамбля

Следует отметить, что при проведении экспериментальных исследований по оценке ошибок ложных идентификаций точек ГСИ в качестве эталонных изображений использовались изображения, сегментация которых была выполнена человеком.

Таким образом, сравнительный анализ результатов сегментации ГСИ с применением частных алгоритмов кластеризации и кластерного ансамбля позволяет сделать вывод о более высоком качестве сегментации ГСИ с применением кластерного ансамбля, обеспечивающего максимизацию взаимной информации, содержащейся в частных результатах сегментации.

Выводы. Как показывают результаты экспериментальных исследований, кластерный ансамбль, основанный на консолидированной матрице подобия векторов меток кластеров объектов, обеспечивает при решении задачи сегментации ГСИ получение адекватного консолидированного вектора меток кластеров, характеризующегося более низким значением ошибки ложных идентификаций точек ГСИ по сравнению со значениями этих ошибок в случае применения для сегментации ГСИ частных алгоритмов кластеризации.

Использование FCM-алгоритма при реализации алгоритма разбиения графа на основе спектральной факторизации позволяет снизить стоимость разбиения графа и улучшить качество принимаемого решения о значении консолидированного вектора меток кластеров.

Предлагаемый подход к оценке степени вклада в консолидированный вектор меток кластеров $\hat{\lambda}$ частных векторов меток кластеров, полученных с применением FCM-, РСМ- и PFCM-алгоритмов, позволяет осуществить формирование кластерного ансамбля с учетом различных весовых коэффициентов значимости частных алгоритмов кластеризации.

Дальнейшие исследования по вопросу применимости кластерного ансамбля для сегментации ГСИ могут быть направлены на повышение точности идентификации точек ГСИ посредством обоснованного вовлечения в формирование

кластерного ансамбля новых частных алгоритмов кластеризации.

Библиографический список

1. Ахметов Р.Н., Стратилатов Н.Р., Юдаков А.А., Везенов В.И., Еремеев В.В. Основные направления исследований по созданию технологий обработки данных гиперспектральной съемки Земли // Гиперспектральные приборы и технологии: материалы международной научно-технической конференции. – Красногорск, 2013. – С. 23-24.
2. Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э., Юдаков А.А. Повышение четкости отображения объектов на изображениях земной поверхности на основе данных гиперспектральной съемки // Цифровая обработка сигналов. – 2012. – № 3. – С. 35-39.
3. Тишкин Р.В., Юдаков А.А. Субпиксельная классификация объектов на космических гиперспектральных изображениях // Цифровая обработка сигналов. – 2012. – № 3. – С. 49-51.
4. Демидова Л.А., Кираковский В.В., Пылькин А.Н. Принятие решений в условиях неопределенности. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. – 288 с.
5. Демидова Л.А., Коняева Е.И. Кластеризация объектов с использованием FCM-алгоритма на основе нечетких множеств второго типа и генетического алгоритма // Вестник РГРТУ. – Рязань, 2008. – № 4 (выпуск 26). – С. 46-54.
6. Демидова Л.А., Нестеров Н.И., Тишкин Р.В. Сегментация спутниковых изображений с применением аппарата теории нечетких множеств // Вестник РГРТУ. – № 3 (выпуск 41). – Рязань, 2012. – С. 11-17.
7. Демидова Л.А., Титов С.Б. Подход к проблеме нечеткой кластеризации в условиях неопределенности выбора целевой функции // Вестник РГРТУ. – Рязань, 2009. – № 3 (выпуск 29). – С. 54-60.
8. Пестунов И.А., Бериков В.Б., Синявский Ю.Н. Сегментация многоспектральных изображений на основе ансамбля непараметрических алгоритмов кластеризации // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2010. – Т. 31. – № 5. – С. 56-64.
9. Strehl A., Ghosh J. Cluster Ensembles A. Knowledge Reuse Framework for Combining Multiple Partitions // Journal of Machine Learning Research. – № 3. – 2002. – P. 583-617.
10. Joao P. Hespanha. An Efficient MATLAB Algorithm for Graph Partitioning // Technical Report, 2004. – P. 1-8.

УДК 537.86+621.396.96

А.Ю. Паршин, Ю.Н. Паршин**МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ
КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РАЗМЕРНОСТИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ
СМЕЩЕНИЯ ОЦЕНКИ И УСЕЧЕНИЯ ДИАПАЗОНА МАСШТАБОВ**

Проведены синтез и сравнительный анализ алгоритма максимально правдоподобного оценивания корреляционной размерности по наблюдаемым расстояниям между точками в фазовом пространстве. Исследовано влияние усечения диапазона масштабов сверху и снизу, а также смещения оценки. Получены выражения для нижней границы дисперсии ошибки оценивания корреляционной размерности.

Ключевые слова: корреляционная размерность, оптимальное оценивание, максимально правдоподобные оценки, смещение оценки, усечение диапазона масштабов, неравенство Рао – Крамера.

Введение. Обнаружение, идентификация и измерение координат неподвижных и подвижных наземных объектов на фоне подстилающей поверхности является одной из актуальных и трудных задач современной радиолокации. При создании новых радиолокационных систем, к которым предъявляются повышенные требования по точности определения координат, производительности, а также более широкому кругу решаемых задач, возникает необходимость применения новых методов и алгоритмов обработки принимаемых сигналов для обеспечения максимальной автоматизации процесса. Несмотря на то, что задача автоматического обнаружения квазидетерминированных, стохастических, в том числе пространственно-временных, сигналов на фоне помех хорошо исследована в теоретическом и методическом плане [1], ее практическое решение является весьма трудным. Это связано с большой степенью априорной неопределенности при статистическом описании сигналов протяженных целей и помех окружающего фона, что приводит к существенной зависимости эффективности работы алгоритмов обнаружения от априорных данных и условий работы системы. При синтезе алгоритмов обработки сигналов в условиях априорной неопределенности используются параметрические, непараметрические и параметрико-непараметрические методы, а также варианты математико-эвристического синтеза. Однако они не всегда позволяют решать задачу обнаружения малоконтрастных целей с достаточно высокой эффективностью.

Одним из новых направлений, особенно активно развивающихся в последние десятилетия как у нас в стране, так и за рубежом, является разработка методов обнаружения и распознава-

ния объектов на фоне земной и морской поверхности на основе фрактальных характеристик [2]. Данный подход основан на принципе самоподобия и дробной меры природных процессов и объектов, а также связанных с ними сигналов. При этом исследуемые явления рассматриваются не как простая совокупность отдельных элементов с определенными характеристиками, а как некоторая структура, обладающая внутренними топологическими связями между элементами и характеризующая сложный объект в целом. Оценка сложности структуры основывается на фрактальной размерности, которая является основным количественным показателем фрактальных структур. Фрактальная размерность D имеет дробный характер, что отличает ее от целой топологической размерности T .

Целью исследования являются разработка и оценка эффективности оптимальных алгоритмов оценивания фрактальной размерности с учетом смещения получаемой оценки, а также влияния усечения диапазона масштабов в зависимости от объема наблюдаемой выборки.

Определение фрактальной размерности. Известно несколько определений понятия размерности физических объектов [3]: емкость, информационная размерность, корреляционная размерность, которые в целом отражают одно и то же качество данных, но несколько различаются по величине. С учетом этого факта для характеристики фрактальных свойств объектов принимается корреляционная размерность, имеющая вычислительные преимущества при наблюдении упорядоченных во времени или пространстве данных. Формальное математическое определение корреляционной размерности дано авторами работ [4, 5] и базируется на корреля-

ционном интеграле, который представляет собой вероятность того, что два независимых наблюдаемых вектора находятся на расстоянии меньше r : $C_w(r) = P(\|X - Y\|_T \leq r)$, где X, Y – независимые одинаково распределенные T – мерные векторы, w – вероятностная мера. Корреляционная размерность вероятностной меры w равна: $D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C_w(r)}{\log r}$, $0 < D < T$.

При наблюдении выборки T – мерных векторов $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ корреляционная размерность определяется [6] как двойной предел:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log C_n(r)}{\log r}, \quad (1)$$

где $C_n(r)$ – корреляционный интеграл, определяемый как частота события – расстояние между парами векторов не превышает значения r , то есть:

$$C_n(r) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n H(r - \|x_i - x_j\|_T), \quad (2)$$

$\|\bullet\|_T$ – означает норму в T – мерном действительном пространстве, $H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$ – функция Хэвисайда. Значение измеряемой корреляционной размерности не зависит от выбора метрики, поэтому тип метрики выбирается с точки зрения вычислительной эффективности. В дальнейшем будем применять евклидову метрику. Постоянное значение корреляционной размерности означает, что корреляционный интеграл подчиняется степенному закону: $C(r) \approx r^D$.

Как правило, наблюдению доступно малое число компонент вектора x ; обычно наблюдается одна компонента, а остальные являются ненаблюдаемыми. В работах [7, 8] предложен способ реконструкции динамической системы путем использования задержанных во времени значений наблюдаемой компоненты в качестве значений ненаблюдаемых компонент $x_k = \{x(t_k), x(t_{k+1}), \dots, x(t_{k+T-1})\}$, где T – размерность пространства вложения. Применение этого метода для вычисления корреляционной размерности известно под названием алгоритма Грассбергера – Прокачия. Для этого вычисляется значение корреляционной размерности D_T при различных значениях T , а в качестве результата берется предельное значение: $D = \lim_{T \rightarrow \infty} D_T$. При ограниченной длине временного ряда возникает задача рационального выбора размерности пространства вложения и числа векторов в зависимости от значения оцениваемой корреляционной размерности [9].

Методы оценки корреляционной размерности. Так как предельные соотношения (1), необходимые для точного вычисления корреляционной размерности, на практике не выполняются, то значение размерности вычисляется с ошибкой. Для получения оценки корреляционной размерности с минимальной ошибкой используются статистические методы обработки: алгоритм минимума среднего квадрата ошибки и алгоритм максимального правдоподобия.

Оценка корреляционной размерности по критерию минимума среднего квадрата ошибки на линейном участке корреляционного интеграла проведена в работе [10]. Подобный подход применялся также в работе [11] для оценки размерности Минковского.

Линейная часть зависимости корреляционного интеграла от масштаба аппроксимируется прямой $\log C = a_0 + a_1 \log r$, тангенс угла наклона которой равен оценке корреляционной размерности. Задавая m значений масштаба $r_1, r_2, \dots, r_m$, запишем в матричном виде уравнение аппроксимации значений корреляционного интеграла прямой линией: $RA = C$, где:

$$C = \begin{bmatrix} \log C_1 \\ \log C_2 \\ \vdots \\ \log C_m \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & \log r_1 \\ 1 & \log r_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \log r_m \end{bmatrix}.$$

Найдем оценку вектора коэффициентов на основе псевдообращения матрицы R :

$$\hat{A} = R^+ C. \quad (3)$$

Таким образом, определяется оценка коэффициентов по критерию минимума среднего квадрата ошибки, один из которых $\hat{D} = a_1$ численно равен оценке корреляционной размерности.

Максимально правдоподобная оценка корреляционной размерности, предложенная в работах [12], [13], основана на предположении, что корреляционный интеграл вычисляется для независимых случайных расстояний $l_k = \|x_i - x_j\|_T$, $i = 1, \dots, n$, $j = i, \dots, n$, $k = 1, \dots, M = n(n-1)/2$, подчиняющихся степенному закону распределения вероятностей. В этой же работе описано влияние усечения диапазона масштабов. При условии нормировки расстояний $x_k = l_k / l_{\max}$ закон распределения вероятностей для расстояний имеет вид степенной зависимости: $F(x) = x^D$, а функция плотности распределения вероятности:

$$w(x) = \frac{dF(x)}{dx} = D x^{D-1}, \quad 0 < x < 1.$$

Полагая измеренные значения расстояний $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ между векторами в фазовом пространстве статистически независимыми, запишем многомерную плотность распределения вероятностей:

$$w(\mathbf{x}, D) = \prod_{i=1}^M w(x_i) = \prod_{i=1}^M D \times x_i^{D-1}.$$

Так как полученная многомерная плотность является также функцией неизвестной размерности D , то она является функцией правдоподобия. Оценка максимального правдоподобия корреляционной размерности получается в результате решения экстремальной задачи:

$$\hat{D} = \arg \max_D (w(\mathbf{x}, D)). \quad (4)$$

Переходя к логарифму функции правдоподобия и используя необходимое условие экстремума $\frac{d}{dD} \ln w(\mathbf{x}, D) = 0$, получаем максимально правдоподобную оценку [13]:

$$\hat{D} = - \frac{M}{\sum_{i=1}^M \ln x_i}. \quad (5)$$

Нижняя граница дисперсии ошибки определяется неравенством Рао – Крамера [14], которое для оценки корреляционной размерности имеет вид [13]:

$$D_{err} \geq D_{RK} = - \frac{1}{\mathbf{M} \left\{ \frac{\partial^2 \ln w(\mathbf{x}, D)}{\partial D^2} \right\}} = \frac{D^2}{M}. \quad (6)$$

Анализ дисперсии ошибки оценивания корреляционной размерности. Проведем анализ точности оценивания корреляционной размерности методом максимального правдоподобия (5) путем численного моделирования расстояний в виде независимых случайных чисел x с плотностью распределения вероятностей

$$w(x) = \begin{cases} Dx^{D-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & x > 1, \quad x < 0 \end{cases} \text{ и функцией распределения вероятностей вида: } F(x) = \begin{cases} x^D, & 0 < x < 1 \\ 0, & x > 1, \quad x < 0 \end{cases}.$$

Случайные числа с требуемым распределением вероятностей получаются в результате безынерционного нелинейного преобразования: $x = z^{1/D}$ независимых случайных чисел с равномерным распределением: $w(z) = \begin{cases} 1, & 0 < z < 1 \\ 0, & z > 1, \quad z < 0 \end{cases}$.

Реализации корреляционного интеграла (рисунок 1) в двойном логарифмическом масштабе получены для неискаженных данных, из которых следует, что интервал масштабов, при кото-

рых получается точное оценивание корреляционной размерности, ограничен снизу большим уровнем флуктуаций корреляционного интеграла.

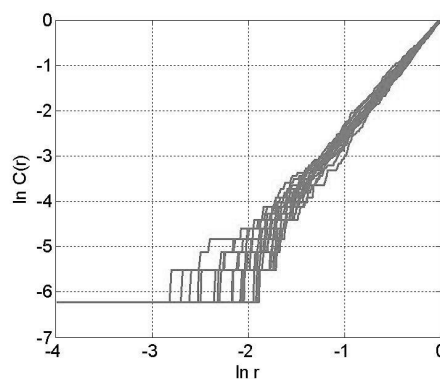


Рисунок 1 – Реализации корреляционного интеграла; $M = 500$, $D = 2,5$

Анализ погрешности оценивания корреляционной размерности проведен моделированием алгоритма максимально правдоподобной оценки (5), а также расчетом нижней границы дисперсии ошибки по формуле (6). Результаты анализа приведены на рисунке 2, а в виде зависимостей дисперсии от объема выборки M : Rao-Kramer – дисперсия, рассчитанная по формуле (6), Rao-Kramer (Δ) – дисперсия, рассчитанная по формуле (8) с учетом смещения, Experimental (Δ) – дисперсия, полученная моделированием с учетом смещения, Experimental – дисперсия, полученная моделированием без учета смещения.

Графики Rao-Kramer (Δ) и Experimental (Δ), полученные с учетом влияния смещения, хорошо согласуются особенно при больших значениях M , что свидетельствует о близости максимально правдоподобной оценки к эффективной. Аналогичный расчет, проведенный для среднеквадратичной оценки (рисунок 2,б), показывает, что МСКО оценка (3) проигрывает МП оценке (5) в несколько раз по дисперсии ошибки и не является эффективной.

Необходимо отметить, что формула (6) получена в работе [13] без учета смещения получаемой оценки. Вместе с тем, как показывает моделирование алгоритма (5), оценка максимального правдоподобия является смещенной, причем смещение уменьшается при увеличении объема данных. Алгоритм МСКО обеспечивает меньшее смещение оценки при малом числе отсчетов, однако с ростом объема данных его значение практически не изменяется. Наличие сильных флуктуаций корреляционного интеграла при малых значениях масштаба (рисунок 1) является источником ошибки оценивания корреляционной размерности. В случае МСКО оценки это влияние устраняется путем усечения снизу

используемого диапазона масштабов. Вместе с тем число значений M_1 расстояний, оставшихся после усечения, является случайной величиной. Влияние такого усечения на дисперсию ошибки МСКО оценивания исследовано методом статистического моделирования и отражено на рисунке 3 с учетом Experimental (Δ) и без учета Experimental смещения оценки. Анализ графика позволяет установить оптимальное значение нижней границы масштабов α , при котором достигается минимум дисперсии ошибки оценивания. Таким образом, можно уменьшить ошибку оценивания, используя диапазон масштабов с меньшим уровнем флуктуаций корреляционного интеграла.

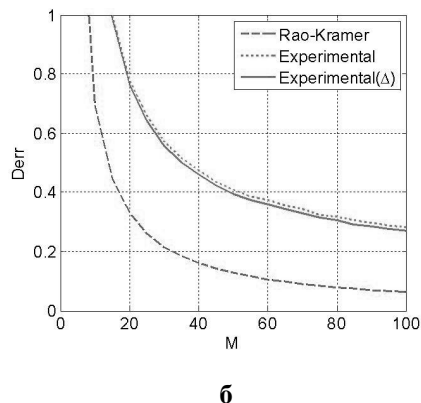
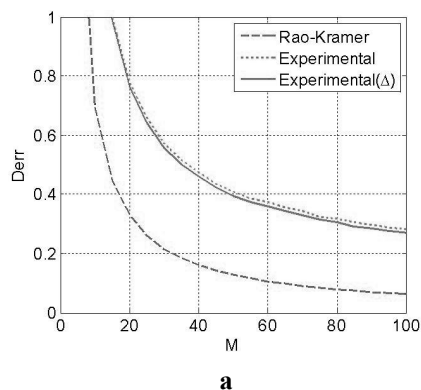


Рисунок 2 – Дисперсия ошибки оценивания корреляционной размерности, $D=2,5$: а) алгоритм МП; б) алгоритм МСКО

Анализ дисперсии ошибки оценивания с учетом смещения. Для смещенной оценки расчет нижней границы дисперсии ошибки оценивания на основе неравенства Рао – Крамера имеет вид [14]:

$$D_{RK} \geq - \frac{\left(1 + \frac{\partial \Delta}{\partial D}\right)^2}{\mathbf{M} \left\{ \frac{\partial^2 \ln w(\mathbf{x}, D)}{\partial D^2} \right\}}, \quad (7)$$

$$\Delta = \int_0^1 \dots \int_0^1 (\hat{D} - D) w(x_1, \dots, x_M) dx_1 \dots dx_M =$$

где

$$= -M \int_0^1 \dots \int_0^1 \frac{1}{\sum_{i=1}^M \ln x_i} \prod_{i=1}^M D x_i^{D-1} dx_1 \dots dx_M - D$$

– смещение оценки корреляционной размерности. При отсутствии усечения диапазона масштабов производная смещения оценки максимального правдоподобия равна:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial D} = -M \int_0^1 \dots \int_0^1 \frac{1}{\sum_{i=1}^M \ln x_i} \frac{\partial}{\partial D} \prod_{i=1}^M D x_i^{D-1} dx_1 \dots dx_M - 1.$$

Вычислив производную в подынтегральном выражении и выделив плотность распределения вероятностей как общий множитель, получим производную смещения оценки:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial D} = M \left(- \frac{\mathbf{M} \{ \hat{D} \}}{D} - 1 \right) - 1 = \frac{M \Delta}{D} - 1.$$

С учетом полученных соотношений неравенство Рао – Крамера для смещенной оценки имеет вид:

$$D_{RK} \geq - \frac{\left(\frac{M \Delta}{D} \right)^2}{\mathbf{M} \left\{ \frac{\partial^2 \ln \Lambda(\mathbf{x}, D)}{\partial D^2} \right\}} = \frac{D^2}{M} \left(\frac{M \Delta}{D} \right)^2. \quad (8)$$

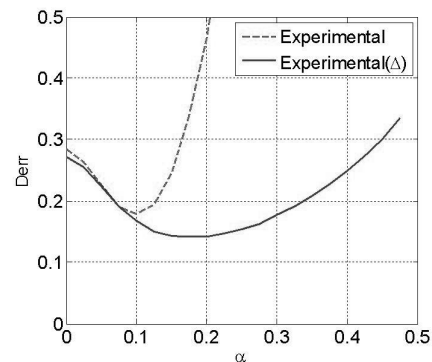


Рисунок 3 – Зависимость дисперсии МСКО оценки от нижней границы диапазона масштабов, $D = 2,5, M = 100$

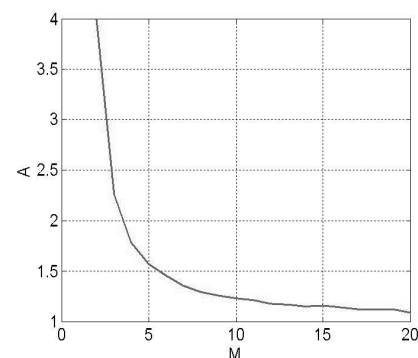


Рисунок 4 – Зависимость множителя A от объема выборки M

Отсюда следует, что поведение дисперсии ошибки при увеличении объема выборки M определяется скоростью изменения смещения Δ при увеличении M . На рисунке 4 представлены полученные в результате моделирования N_{ST} реализаций корреляционного интеграла экспериментальные зависимости множителя:

$$A = \left(\frac{M\Delta}{D} \right)^2 \approx \left(-\frac{1}{N_{ST}} \sum_{k=1}^{N_{ST}} \frac{M}{\sum_{i=1}^M \ln x_i^{(k)}} - D \right)^2 \frac{M^2}{D^2},$$

который определяет отличие дисперсии с учетом смещения оценки (5) от полученного в [13] значения без учета смещения.

Усечение диапазона масштабов сверху.

При анализе экспериментальных данных линейность корреляционного интеграла обычно нарушается при увеличении масштаба. Из графика на рисунке 1 видно, что интервал масштабов, обеспечивающих точное оценивание корреляционной размерности, ограничивается сверху нелинейностью корреляционного интеграла.

Так как корреляционная размерность определяется как тангенс угла наклона корреляционного интеграла при уменьшении масштаба, целесообразно ограничить сверху диапазон рассматриваемых расстояний величиной β . Параметр усечения масштаба сверху означает, что верхняя граница масштабов неизвестна или степенная зависимость нарушается, поэтому для анализа берется некоторое меньшее значение масштаба. После этого входные данные сортируются и удаляются величины $\tilde{x} > \beta$.

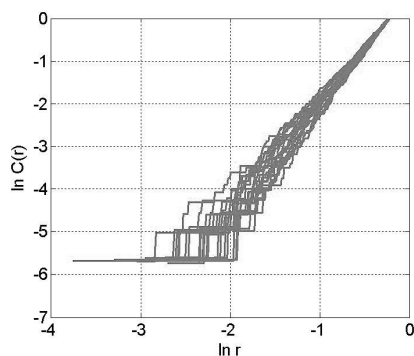


Рисунок 5 – Реализации корреляционного интеграла, усечение сверху; $D=2,5$, $\beta=0,8$, $M=500$

На рисунке 5 приведены реализации корреляционного интеграла при отсутствии шума и усечении данных сверху. Из графиков следует, что усечение сверху позволяет устранить нелинейность корреляционного интеграла в верхней части.

Проведем нормировку оставшихся после сортировки M_1 значений данных к выбранной

верхней границе: $x_1 = \frac{x}{\beta}$. При этом плотность распределения вероятностей усеченной нормированной величины x_1 равна:

$$w_2(x_1) = \frac{w_1(x)}{dx/dx_1} = \frac{D(\beta x_1)^{D-1}}{\beta^{D-1}} = D x_1^{D-1}, \quad 0 < x_1 < 1,$$

где $w_1(x) = \frac{w(x)}{P_\beta} = \frac{Dx^{D-1}}{\beta^D}$ – плотность распределения вероятностей усеченных данных, $P_\beta = \int_0^\beta w(x)dx = \int_0^\beta Dx^{D-1}dx = \beta^D$ – вероятность попадания в интервал $[0, \beta]$ величины x .

Таким образом, при усечении сверху не происходит изменения формы плотности распределения вероятностей, но изменяется число отсчетов наблюдений; среднее значение количества отсчетов наблюдений равно $M_1 = M\beta^D$.

Полученные ранее результаты: выражение для оценки максимального правдоподобия (5), граница Рао – Крамера (6), смещение оценки (8), полученные для $\beta=1$ будут справедливы также и для $\beta < 1$ с учетом нового объема наблюдаемых данных M_1 .

Усечение диапазона масштабов снизу. Рассмотрим случай, когда осуществляется усечение снизу наблюдаемых данных путем отбрасывания значений $x < \alpha$. В результате получаем совокупность M_1 случайных чисел с плотностью распределения вероятностей:

$$w_1(x) = \frac{w(x)}{P_\alpha} = \frac{Dx^{D-1}}{1-\alpha^D}, \quad \alpha < x < 1,$$

где $P_\alpha = \int_\alpha^1 w(x)dx = \int_\alpha^1 Dx^{D-1}dx = 1-\alpha^D$ – вероятность того, что величина $x > \alpha$. Среднее число усеченных снизу значений равно: $M_1 = M(1-\alpha^D)$.

На рисунке 6 представлены реализации корреляционного интеграла при усечении данных снизу. Оценка максимального правдоподобия (4), полученная с использованием данного распределения, получается в результате решения трансцендентного уравнения [13] численным методом:

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} \ln x_i + \frac{\alpha^D \ln \alpha}{1-\alpha^D} = 0. \quad (9)$$

В данной работе решение было получено методом дихотомии. Нижняя граница дисперсии ошибки, полученная в работе [13] по усеченным снизу значениям, но без учета смещения оценки, имеет вид:

$$D_{RKT} = \frac{D_{RK}}{1 - D_{RK}k}, D_{RK} = \frac{D^2}{M_1}, k = \frac{M_1 \alpha^D (\ln \alpha)^2}{(1 - \alpha^D)^2} \quad (10)$$

Рассмотрим влияние смещения на расчет дисперсии ошибки:

$$D_{LT} \geq - \frac{\left(1 + \frac{\partial \Delta}{\partial D}\right)^2}{\mathbf{M}\left\{\frac{\partial^2 \ln w(\mathbf{x}, D)}{\partial D^2}\right\}} = D_{RKT} \left(1 + \frac{\partial \Delta}{\partial D}\right)^2. \quad (11)$$

Проведем расчет производной смещения оценки, получаемой по усеченным снизу данным:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} \left[\int_{\alpha}^1 \dots \int_{\alpha}^1 \hat{D} \prod_{i=1}^{M_1} \frac{D x_i^{d-1}}{1 - \alpha^D} dx_1 \dots dx_{M_1} - D \right] = \\ &= \mathbf{M} \left\{ \hat{D} \times \left(\frac{M_1}{D} + \frac{M_1 \alpha^D \ln \alpha}{1 - \alpha^D} + \sum_{i=1}^{M_1} \ln x_i \right) \right\} - 1. \quad (12) \end{aligned}$$

Для определения производной требуется вычисление оценки $\hat{D}$ и последующее усреднение, что требует времени вычисления, сравнимого со временем, необходимым для непосредственного моделирования дисперсии ошибки.

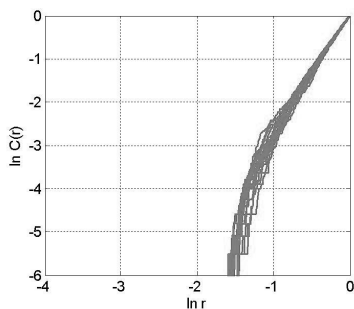


Рисунок 6 – Реализации корреляционного интеграла; $D=2,5$, $M=500$, $\alpha=0,2$

Для снижения вычислительных затрат рассмотрим приближенное решение $\hat{D} = D_0 + e$ трансцендентного уравнения (9) в окрестности e опорной точки D_0 :

$$\frac{1}{D_0 + e} + \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} \ln x_i + \frac{\alpha^{D_0+e} \ln \alpha}{1 - \alpha^{D_0+e}} = 0.$$

При малых значениях e применим разложение в степенной ряд нелинейных функций:

$$\frac{1}{D_0} - \frac{e}{D_0^2} + \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} \ln x_i + \frac{\alpha^{D_0} \ln \alpha}{1 - \alpha^{D_0}} + e \frac{\alpha^{D_0} \ln^2 \alpha}{(1 - \alpha^{D_0})^2} = 0,$$

откуда следует значение отклонения:

$$e = \frac{\frac{1}{D_0} + \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} \ln x_i + \frac{\alpha^{D_0} \ln \alpha}{1 - \alpha^{D_0}}}{\frac{1}{D_0^2} - \frac{\alpha^{D_0} \ln^2 \alpha}{(1 - \alpha^{D_0})^2}}.$$

Произведем вычисление производной смещения с учетом усечения снизу и использования полученной выше аппроксимации оптимальной оценки в опорной точке $D_0 = D$:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial D} = M_1 \left[D \mathbf{M}\{Z\} + \frac{\mathbf{M}\{Z^2\}}{\frac{1}{D^2} - \frac{\alpha^D \ln^2 \alpha}{(1 - \alpha^D)^2}} \right] - 1, \quad (13)$$

где $Z = \frac{1}{D} + \frac{\alpha^D \ln \alpha}{1 - \alpha^D} + \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} \ln x_i$. Использование полученного значения производной в формуле (11) для дисперсии ошибки не требует вычисления оценки корреляционной размерности.

Для сравнения результатов моделирования и расчетов дисперсии ошибки по формуле (11) при моделировании используется следующий метод. Сначала выбирается достаточно большое число $M > M_1$, чтобы число расстояний, превышающих α , было больше M_1 . Затем из полученной совокупности выбирается M_1 значений расстояний и производятся моделирование алгоритма оценивания и расчет дисперсии ошибки. На рисунке 7 представлены зависимости дисперсии ошибки оценивания от числа оставшихся после усечения расстояний M_1 при усечении данных снизу на уровне $\alpha = 0,2$. Необходимо отметить увеличение ошибки оценивания вследствие усечения (рисунок 7) по сравнению с анализом, проведенным без усечения (рисунок 2, а), даже при одинаковом объеме данных $M = M_1$, используемых при расчете. Вместе с тем влияние смещения незначительно, что подтверждается расчетом смещения оценки, получаемой решением уравнения (9). Расчет дисперсии оценки проводился по формуле (11) с использованием производной по формулам (12) и (13).

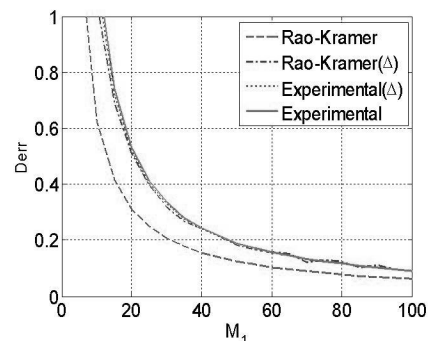


Рисунок 7 – Зависимость дисперсии ошибки оценивания от выборки M_1 , $D=2,5$, $\alpha=0,2$

Дисперсия ошибки МП оценивания монотонно растет с увеличением уровня усечения снизу α (рисунок 8).

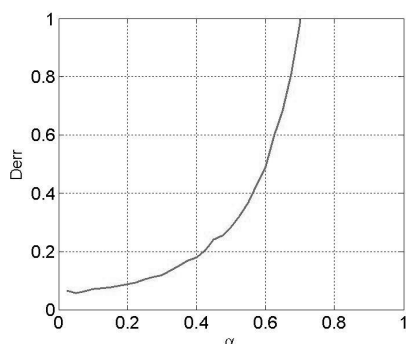


Рисунок 8 – Зависимость дисперсии ошибки оценивания от α ; $M_1 = 100$

Таким образом, можно утверждать, что МП алгоритм оценивания непосредственно осуществляет ослабление наименее надежных отсчетов в анализируемой выборке и не требует специального ограничения диапазона масштабов.

Измерение корреляционной размерности аттрактора Лоренца. При проведении синтеза и анализа МП алгоритма оценивания использовалась совокупность данных в виде расстояний между векторами, которая аппроксимировалась случайными независимыми числами со степенным законом распределения. На практике определение расстояний представляет собой самостоятельную задачу. В качестве примера рассмотрим максимально правдоподобную оценку корреляционной размерности аттрактора Лоренца, заданного системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -sx_1 + sx_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_1x_3 + rx_1 - x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1x_2 - bx_3. \end{aligned} \quad (14)$$

Режим динамического хаоса устанавливается при значениях параметров: $s = 10$, $b = \frac{8}{3}$, $r = 28$. Сформируем вектор состояния, полагая переменные состояния динамической системы (14) в заданные моменты времени координатами вектора:

$$\mathbf{v}_k = \{x_1(t_k), x_2(t_k), x_3(t_k)\}, k = 1, \dots, n, t_k = k\Delta t,$$

где Δt – интервал дискретизации во времени, который больше интервала корреляции, но меньше интервала долговременной зависимости системы уравнений (14). При определении расстояния между векторами $\mathbf{v}_k$ используется евклидова метрика.

Рассматривая реализации корреляционного интеграла, построенного для аттрактора Лоренца (рисунок 10), отметим наличие нелинейности при большом уровне масштабов, а также высо-

кий уровень флуктуаций при малом уровне масштабов.

Плотность распределения вероятностей расстояний подчиняется степенному закону только при малых значениях расстояний, что подтверждает необходимость ограничения сверху диапазона масштабов при определении корреляционной размерности на уровне β от максимального значения.

Проведем сравнительный анализ погрешности оценивания корреляционной размерности аттрактора Лоренца, полученной моделированием и на основе неравенства Рао – Крамера, методом максимального правдоподобия. В качестве наблюдений взяты значения N_{sam} векторов, координатами которых являются значения переменных состояния (12) в дискретные моменты времени. На основе евклидовой метрики рассчитываются $M = N_{sam}(N_{sam} - 1)/2$ расстояний между парами несовпадающих векторов.

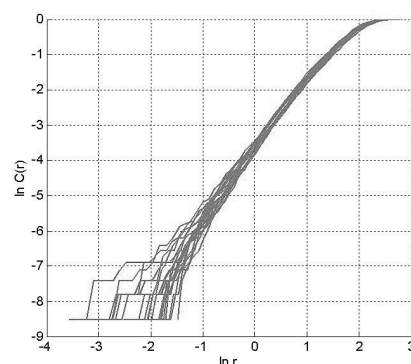


Рисунок 10 – Корреляционный интеграл для аттрактора Лоренца

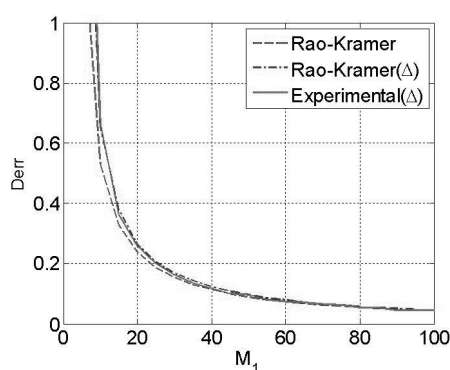


Рисунок 11 – Дисперсия ошибки оценивания корреляционной размерности аттрактора Лоренца

Установлено наличие корреляции в последовательности расстояний между векторами, что не согласуется с принятой моделью и алгоритмом оценивания, а также увеличивает дисперсию ошибки оценивания. Для устранения корреляции использован метод пережесточения расстояний. Так как закон распределения расстояний между векторами имеет степенной характер на

ограниченном участке масштабов, проведено усечение сверху диапазона масштабов расстояний на уровне $\beta=0,05$ от максимального значения. При вычислении оценок число расстояний, не превышающих β , поддерживалось постоянным и равным $M_1 < M$. Результаты анализа приведены на рисунке 11 в виде зависимостей дисперсии ошибки от объема усеченных данных M_1 . Графики Rao-Kramer (Δ) и Experimental (Δ), полученные с учетом влияния смещения, хорошо согласуются, что означает близость максимально правдоподобной оценки к эффективной.

Заключение. Максимально правдоподобное оценивание корреляционной размерности дает предельную точность оценивания при заданном объеме наблюдаемых данных. Аппроксимация расстояний между векторами случайными величинами со степенным законом распределения позволяет получить алгоритм оценивания, обладающей достаточно высокой вычислительной эффективностью. Показано, что дисперсия МП оценок близка к нижней границе дисперсии ошибки, что свидетельствует об эффективности этих оценок. При достаточно большом объеме выборки влияние смещения оценки на нижнюю границу дисперсии ошибки оценивания незначительно.

Так как для анализируемых динамических систем закон распределения расстояний между векторами в фазовом пространстве отличается от степенного, производится усечение диапазона масштабов. Показано, что усечение масштаба сверху практически не изменяет алгоритма оценивания. Вместе с тем усечение масштаба снизу, обычно применяемое при получении МСКО оценок, в алгоритме МП неэффективно. В ряде случаев простого усечения используемого диапазона масштабов может оказаться недостаточно и требуется более сложная аппроксимация распределения вероятностей. Алгоритм максимально правдоподобного оценивания в отличие от МСКО алгоритма учитывает негауссовский ха-

рактер распределения расстояний между векторами, что обуславливает его преимущества.

Библиографический список

1. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. – М.: Советское радио, 1978. – 320 с.
2. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: топология выборки. – М.: Университетская книга, 2005. – 847 с.
3. Паркер Т.С., Чжуа Л. О. Введение в теорию хаотических систем для инженеров // ТИИЭР. 1987. Т. 75. № 8. С. 6-40.
4. Culter C.D. A review of the theory and estimation of fractal dimension // Nonlinear time series and chaos, v.1. Dimension estimation and models, 1993. P. 1-107.
5. Pesin Ya. B. On rigorous mathematical definitions of correlation dimension and generalized spectrum for dimensions // Journal of Statistical Physics. V.71. 1993. P.529-547.
6. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors // Physical Review Letters. V.50. 1983. P.346-349.
7. Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D, Shaw R.S. Geometry from a time series // Physical Review Letters. V.45. 1980. P.712-716.
8. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Lecture Notes in mathematics. V. 898. 1981. P. 366-381.
9. Паришин А.Ю., Паришин Ю.Н. Использование максимально правдоподобных оценок фрактальной размерности в негауссовских статистиках для обнаружения радиосигналов // Цифровая обработка сигналов. №1. 2013. – С. 42-46.
10. Luca L., Lasocki S., Luzio D., Vitale M. Fractal dimension confidence interval estimation of epicentral distribution // Annali di Geofisica. 42(5). 1999. P.911-925
11. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
12. Pisarenko D. V., Pisarenko V.F. Statistical estimation of the correlation dimension // Physics Letters. A(197). 1995. P.31-39.
13. Luciana De Luca, Dario Luzio, Massimo Vitale. A ML Estimator of the Correlation Dimension for Left-Hand Truncated Data Samples // Pure and applied geophysics, V.159. № 11-12. 2002. P. 2789-2803
14. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. – М.: Радио и связь, 1992. – 304 с.

УДК 621.391

К.А. Батенков, Д.А. Рыболовлев

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ НЕСУЩИХ КОЛЕБАНИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ, РЕАЛИЗУЮЩЕЙ МНОГОПАРНОЕ СВЯЗЫВАНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ СВЯЗИ

Для систем передачи информации (СПИ) по совокупности электропроводных линий связи (ЛС) на основании квазиоптимального решения оптимизационной задачи формирования несущих колебаний предложен соответствующий алгоритм формирования последних. Представлен пример использования разработанного алгоритма, приведена оценка технического эффекта от применения предлагаемых решений.

Ключевые слова: цифровая абонентская линия, многопарное связывание, взаимное влияние электропроводных линий связи, несущее колебание, базисная функция.

Введение. Сегодня в России новые магистральные, внутризоновые и межстанционные линии связи городских телефонных сетей строятся только с использованием волоконно-оптических кабелей. Вместе с тем, несмотря на широкое применение волоконно-оптических кабелей, на сетях связи России продолжают эксплуатироваться ЛС на основе симметричных кабелей связи [1], в том числе с применением технологий цифровых абонентских линий (ЦАЛ, DSL).

Среди способов совершенствования технологий ЦАЛ перспективным представляется подход, заключающийся в возможности многопарного связывания нескольких ЛС в единый канал передачи данных. Многопарное связывание нескольких ЦАЛ во многих случаях является наиболее оправданным способом предоставления высокоскоростного доступа по сравнению с другими технологиями [2, 3].

Анализ представленных в специальной литературе способов многопарного связывания показал, что существующие способы рассматривают ЛС в виде независимых путей передачи информации, а их влияние (если оно допускается) считают переходными помехами, характеристики которых описываются моделью гауссовского шума [2, 4]. Однако в этом случае значительно ограничиваются потенциальные возможности ЛС с точки зрения пропускной способности, поскольку не учитывается априорная информация о применяемых методах кодирования и модуляции [5].

Целью работы является повышение скорости и/или достоверности передачи информации

по совокупности электропроводных ЛС путем разработки алгоритма передачи данных, учитывающего взаимное влияние линий и использующего информацию о применяемых методах модуляции и кодирования.

Теоретические исследования. В работе [5] предложена аналитическая модель дискретного канала связи (КС), образованного блоками модулятора, непрерывного КС и демодулятора, при этом под непрерывным КС понимается канал, составленный из N электропроводных ЛС. Таким образом, представленная модель в терминах технологий ЦАЛ описывает случай многопарного связывания нескольких ЛС.

Сигнал на входе m -й линии представляется рядом:

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^{K_m} x_{i,m} \cdot \varphi_{i,m}(t), \quad m = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где K_m – число подканалов в m -й линии; $x_{i,m}$ – (i, m) координата точки сигнального созвездия, поступающей на вход модулятора; $\varphi_{i,m}(t)$ – i -я базисная функция (БФ, несущее колебание) на входе m -й линии.

Коэффициенты разложения $x'_{i,m}$ на выходе дискретного КС определяются как скалярное произведение сигнала на выходе m -й линии $x'_m(\tau)$ и соответствующей БФ на выходе $\varphi'_{i,m}(\tau)$ (пределы интегрирования соответствуют области определения переменной интегрирования):

$$x'_{i,m} = \int_{\tau} x'_m(\tau) \cdot \varphi'_{i,m}(\tau) d\tau, \quad m = \overline{1, N}, \quad i = \overline{1, K_m}. \quad (2)$$

С целью учета взаимного влияния отдельных пар в многопарном кабеле связи сигнал на выходе m -й линии представляется в виде:

$$x'_m(\tau) = \sum_{n=1}^N \int x_n(t) h_{n,m}(\tau, t) dt + n_m(\tau), \quad (3)$$

где $h_{n,m}(\tau, t)$, $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, N}$, – реакция в момент времени τ цепи, образованной проводниками m -й линии, на поданное в i -ю линию в момент времени t воздействие в виде дельта-функции [импульсная характеристика (ИХ) i -й линейной системы m -й линии]; $n_m(\tau)$ – аддитивный белый гауссов шум (АБГШ).

Коэффициенты разложения $x'_{i,m}$ на выходе дискретного КС после подстановки (3) и (1) в (2) выражаются следующим образом:

$$x'_{i,m} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} x_{k,n} \int \varphi'_{i,m}(\tau) \cdot h_{n,m}(\tau, t) \times \\ \times \varphi_{k,n}(t) dt d\tau + \int \varphi'_{i,m}(\tau) \cdot n_m(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Таким образом, представленная модель дискретного КС определяется совокупностью следующих элементов: входные воздействия $x_{i,m}$; воздействия внешней среды $n_m(\tau)$; собственные параметры: N , K_m , $h_{n,m}(\tau, t)$, $\varphi_{i,m}(t)$, $\varphi'_{i,m}(\tau)$; выходные характеристики $x'_{i,m}$; уравнение связи (4).

Отличительная часть модели состоит в учете информации о применяемом методе кодирования, заключенной в статистических характеристиках координат точек сигнального созвездия, поступающих на вход модулятора, и используемых в качестве исходных данных при формировании несущих колебаний, а также в учете информации о применяемом методе модуляции, заключенной в структуре модулятора и форме модулируемых несущих колебаний.

Анализ эффективности функционирования СПИ осуществляется с позиции помехоустойчивости. Помехоустойчивость СПИ оценивается отношением средних мощностей (энергий) полезного сигнала и помехи (отношение сигнал/помеха, ОСП):

$$\frac{S_{i,m}(\varphi, \varphi')}{P_{i,m}(\varphi, \varphi')} = \\ = \frac{M\{x_{i,m}^2\} (\varphi'_{i,m}, h_{m,m} \varphi_{i,m})^2}{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} M\{x_{k,n}^2\} (\varphi'_{i,m}, h_{n,m} \varphi_{k,n})^2 + \sigma_m^2}, \quad (5)$$

где $S_{i,m}(\varphi, \varphi')$ – средняя мощность полезного сигнала в i -м подканале m -й линии; $P_{i,m}(\varphi, \varphi')$ –

средняя мощность помехи в i -м подканале m -й линии (под помехой понимается сумма перекрестных помех и АБГШ); $M\{x\}$ – математическое ожидание случайной величины x ; $(x, y) = \int x(t)y(t)dt$ – скалярное произведение функций $x(t)$ и $y(t)$; $h\varphi = \int \varphi(t)h(\tau, t)dt$, $h^*\varphi = \int \varphi(\tau)h(\tau, t)d\tau$ – операторы Фредгольма, σ_m^2 – дисперсия шума в m -й линии.

На основании представленной модели КС становится возможным сформулировать задачу формирования несущих колебаний для СПИ, реализующих многопарное связывание, в виде:

$$\min_{i,m} \frac{S_{i,m}(\varphi, \varphi')}{P_{i,m}(\varphi, \varphi')} \rightarrow \max_{\varphi, \varphi'} \quad (6)$$

при ограничениях

$$(\varphi_{i,m}, \varphi_{i,m}) = 1, \quad (7)$$

$$(\varphi'_{i,m}, \varphi'_{i,m}) = 1, \quad i = \overline{1, K_m}, \quad m = \overline{1, N}. \quad (8)$$

Ограничения (7) и (8) по сути являются условиями нормировки.

При этом в качестве критерия оптимальности используется критерий минимума ОСП среды выделяемых подканалов.

Поставленная задача относится к задачам отыскания максимина с распадающимися переменными и сводится к задаче на максимум путем введения вспомогательной переменной:

$$u = \min_{i,m} \frac{S_{i,m}(\varphi, \varphi')}{P_{i,m}(\varphi, \varphi')}. \quad (9)$$

Следовательно, задача поиска максимина (6) эквивалентна по решению следующей задаче на максимум:

$$u \rightarrow \max_{\varphi, \varphi'} \quad (10)$$

при ограничениях

$$\frac{S_{i,m}(\varphi, \varphi')}{P_{i,m}(\varphi, \varphi')} - u \geq 0, \quad i = \overline{1, K_m}, \quad m = \overline{1, N}, \quad (11)$$

а также (7) и (8).

Применение обобщенного метода множителей Лагранжа позволяет найти квазиоптимальное решение поставленной задачи (10) при ограничениях (7), (8) и одном активизированном ограничении (11), которое сводится к решению интегральных уравнений [5]:

$$\frac{1}{\lambda_{i,m}} h_{m,m} h_{m,m}^* \varphi'_{i,m} - \\ - \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} M_{k,n} h_{n,m} h_{n,m}^* \varphi'_{i,m} = \sigma_m^2 \varphi'_{i,m}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{\lambda_{i,m}} h_{m,m}^* h_{m,m} \varphi_{i,m} - \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i: n=m}}^{K_n} M_{k,n} h_{n,m}^* h_{n,m} \varphi_{i,m} = \sigma_m^2 \varphi_{i,m}, \quad (13)$$

$$\text{где } \lambda_{i,m} = \frac{S_{i,m}(\varphi, \varphi')}{M_{i,m} P_{i,m}(\varphi, \varphi')}, \quad M_{i,m} = M\{x_{i,m}^2\}.$$

Нахождение оптимального решения поставленной задачи в явном виде представляет собой трудно разрешимую задачу. Выбор БФ в соответствии с (12) и (13) является одним из допустимых решений. Найденное допустимое решение оказывается лучшим в соответствии с выбранным критерием по сравнению с неоптимальными решениями, применяемыми в системах передачи, основанных на современных технологиях ЦАЛ.

Представленное решение оптимизационной задачи позволяет непосредственно перейти к разработке алгоритма формирования квазиоптимальных несущих колебаний. При этом из практических соображений целесообразно осуществить переход от аналоговых представлений к дискретным, заменив непрерывные функции соответствующими дискретными последовательностями.

Так, произвольная непрерывная функция $s(t)$ на конечном интервале времени T приближенно представляется через систему ортогональных функций $\{\delta_u(t)\}$:

$$s(t) = \sum_{u=0}^{S-1} s^u \delta_u(t), \quad (14)$$

где S – количество элементов последовательности, соответствующей исходной непрерывной функции на интервале анализа T , s^u – u -й коэффициент разложения функции $s(t)$ в базисе

$$\{\delta_u(t)\} ; \quad \delta_u(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\tau_p}}, & t \in [u\tau_p; (u+1)\tau_p), \\ 0, & t \notin [u\tau_p; (u+1)\tau_p), \end{cases} -$$

нормированный прямоугольный импульс; $\tau_p = \frac{T}{S}$ – длительность импульса.

Аналогичным образом представляется произвольная непрерывная функция $s(\tau, t)$ в виде:

$$s(\tau, t) = \sum_{u=0}^{S-1} \sum_{v=0}^{S-1} s^{u,v} \delta_u(\tau) \delta_v(t), \quad (15)$$

где $s^{u,v}$ – коэффициенты разложения ряда (15).

Сформулированная ранее оптимизационная задача приводится к матричному виду, при этом

интегральным уравнениям (12) и (13) соответствуют уравнения в матричном виде:

$$(\mathbf{G}_m'' + \mathbf{E})^{-1} \mathbf{G}_m' \boldsymbol{\varphi}_{i,m}' = \lambda_{i,m} \boldsymbol{\varphi}_{i,m}', \quad (16)$$

$$(\mathbf{H}_m'' + \mathbf{E})^{-1} \mathbf{H}_m' \boldsymbol{\varphi}_{i,m} = \lambda_{i,m} \boldsymbol{\varphi}_{i,m}, \quad (17)$$

$$\text{где } \mathbf{G}_m' = \frac{1}{\sigma_m^2} \mathbf{H}_{m,m} \mathbf{H}_{m,m}^T ; \quad \mathbf{H}_m' = \frac{1}{\sigma_m^2} \mathbf{H}_{m,m}^T \mathbf{H}_{m,m} ;$$

$$\mathbf{G}_m'' = \frac{1}{\sigma_m^2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i: n=m}}^{K_n} M_{k,n} \mathbf{H}_{n,m}^T \mathbf{H}_{n,m} ;$$

$$\mathbf{H}_m'' = \frac{1}{\sigma_m^2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i: n=m}}^{K_n} M_{k,n} \mathbf{H}_{n,m}^T \mathbf{H}_{n,m} ;$$

$\boldsymbol{\varphi}_{i,m} = (\varphi_{i,m}^0, \varphi_{i,m}^1, \dots, \varphi_{i,m}^{S-1})^T$ – вектор-столбец размера $S \times 1$, соответствующий i -й БФ на входе m -й линии; $\boldsymbol{\varphi}_{i,m}' = (\varphi_{i,m}'^0, \varphi_{i,m}'^1, \dots, \varphi_{i,m}'^{S-1})^T$ – вектор-столбец размера $S \times 1$, соответствующий i -й БФ на выходе m -й линии;

$$\mathbf{H}_{n,m} = \begin{bmatrix} h_{n,m}^{0,0} & h_{n,m}^{0,1} & \dots & h_{n,m}^{0,S-1} \\ h_{n,m}^{1,0} & h_{n,m}^{1,1} & & h_{n,m}^{1,S-1} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ h_{n,m}^{S-1,0} & h_{n,m}^{S-1,1} & \dots & h_{n,m}^{S-1,S-1} \end{bmatrix} - \text{матрица,}$$

соответствующая ИХ $h_{n,m}(\tau, t)$; $\mathbf{E}$ – единичная матрица; $\mathbf{A}^{-1}$ – матрица, обратная к матрице $\mathbf{A}$; $\mathbf{A}^T$ – матрица, транспонированная к матрице $\mathbf{A}$.

Можно показать, что БФ, соответствующие квазиоптимальным решениям, обладают свойством ортогональности в зависимости от выбора решаемых уравнений: (16) или (17) [6].

Кроме того, установлено, что решение задачи в матричном виде совпадает с решением известной задачи на нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора (соответствующей матрицы). При условиях инвариантности во времени и физической реализуемости линейных систем рассматриваемого КС доказано в виде утверждения, что достаточно определить решение поставленной задачи относительно БФ на входе (выходе).

Указанные обстоятельства позволяют сформулировать алгоритм формирования квазиоптимальных несущих колебаний для системы передачи информации, реализующей многопарное связывание электропроводных линий связи (рисунок 1).

Для сокращения записей показатель качества (ОСП) для i -го подканала m -й линии обозначается в виде:

$$\rho_{i,m} = \frac{S_{i,m}(\varphi, \varphi')}{P_{i,m}(\varphi, \varphi')}, \quad i = \overline{1, K_m}, \quad m = \overline{1, N}. \quad (18)$$

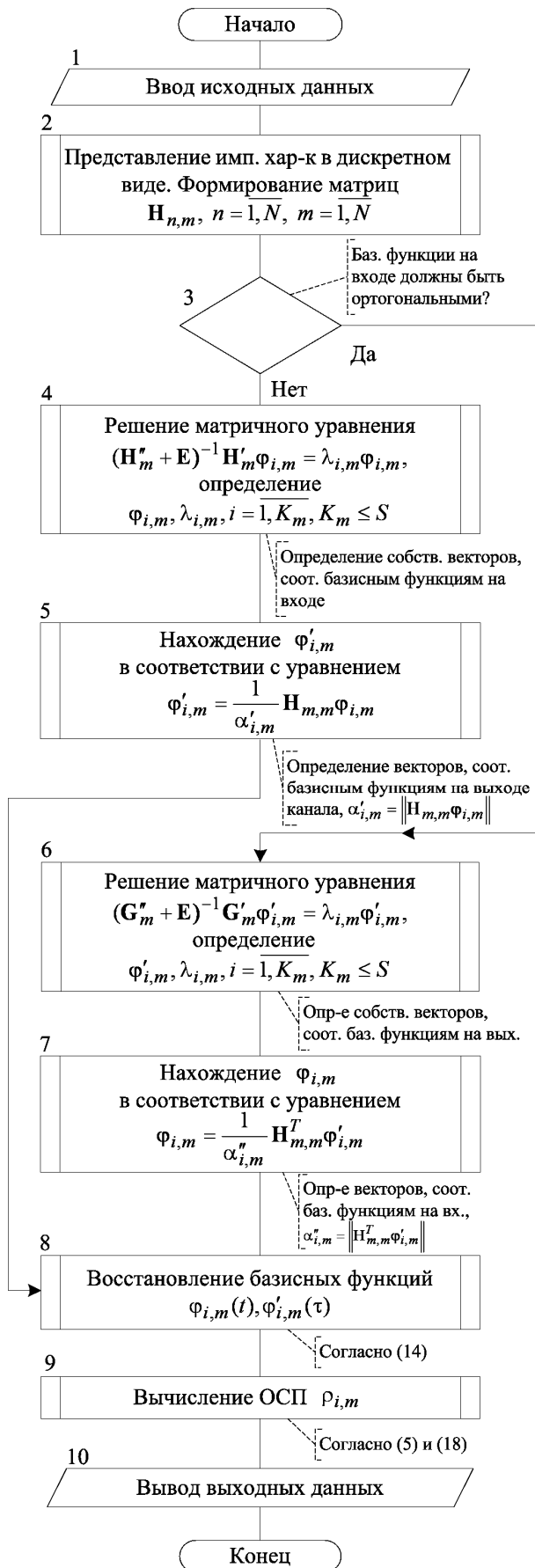


Рисунок 1 – Схема алгоритма

Исходные (входные) данные для алгоритма:

- количество электропроводных ЛС N ;
- количество подканалов в m -й линии – K_m , $K_m \leq S$;
- ИХ линий $h_{n,m}(\tau, t)$, $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, N}$;
- дисперсии АБГШ в линиях σ_m^2 ;
- начальные моменты 2-го порядка координат точек сигнального созвездия, поступающих на вход модулятора, $M_{i,m}$, $i = \overline{1, K_m}$, $m = \overline{1, N}$;
- длительность импульса τ_p ;
- длительность посылки одного символа T .

Выходные данные:

- квазиоптимальные БФ на входе КС $\Phi_{i,m}(t)$ и выходе КС $\Phi'_{i,m}(\tau)$;
- ОСП на выходе КС $\rho_{i,m}$.

Представленный алгоритм является квазиоптимальным, поскольку при решении учитывается только одно активизированное ограничение (11). Установлена корректность алгоритма путем проверки выполнения условий результативности, устойчивости по входным данным и вычислительной устойчивости. Асимптотическая вычислительная сложность алгоритма оценивается величиной $O(NS^3)$. Таким образом, алгоритм относится к классу алгоритмов с полиномиальной вычислительной сложностью и является применимым на практике [7].

Экспериментальные исследования. Как показывают результаты оценки технического эффекта, применение квазиоптимальных решений позволяет повысить ОСП на выходе подканалов по сравнению с использованием несущих колебаний согласно рекомендациям Международного союза электросвязи (МСЭ) G.991.1, G.991.2 и G.993.1.

В качестве примера на рисунке 2 представлены результаты сравнения ОСП квазиоптимальных несущих и несущих согласно G.993.1 [кабель типа ТП, $D = 0,5$ мм, длина линии 500 м, $N = 2$, $K_1 = K_2 = 256$, дисперсия шума в линии – 100 дБ (нулевой уровень – 1 мВт), затухание переходных помех FEXT на частоте 300 кГц принимает значения 140 дБ, 130 дБ, 120 дБ].

Существует возможность обмена получаемого «энергетического» выигрыша на выигрыш в достоверности и/или скорости передачи. Так, при вероятности битовой ошибки 10^{-7} в зависимости от используемой технологии ЦАЛ и шумового сценария возможно снижение требуемого ОСП на величину до 1 дБ.

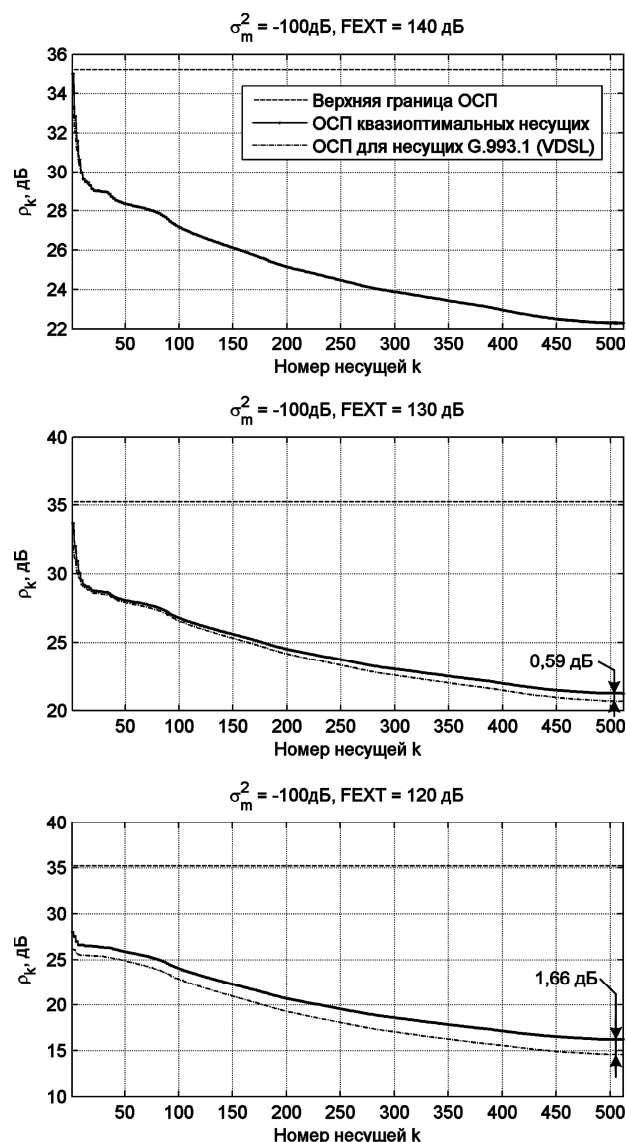


Рисунок 2 – Результаты сравнения ОСП квазиоптимальных несущих и несущих G.993.1

Кроме того, становится возможным повысить скорость передачи информации при фиксированной достоверности. В этом случае применение предлагаемых решений при сохранении той же достоверности позволяет увеличить скорость передачи информации на величину до десяти процентов по сравнению с решениями согласно существующим рекомендациям МСЭ.

Разработанный алгоритм формирует набор априорных данных (системы БФ на входе и выходе дискретного КС) для последующего использования при модуляции и демодуляции в более общем алгоритме передачи данных. Структура последнего определяется обобщенной моделью СПИ и в общем случае включает следующие блоки: преобразование сообщений источника в последовательность кодовых символов

лов – кодирование; преобразование полученных символов в сигналы, пригодные для передачи по каналу – модуляция; передача сигналов по непрерывному КС; демодуляция принятых сигналов; принятие решения о переданном сообщении.

Выводы. В статье предложен алгоритм формирования квазиоптимальных несущих колебаний для СПИ по совокупности электропроводных ЛС. В случае многопарного связывания нескольких ЛС учет информации о взаимном влиянии линий при формировании БФ позволяет более точно согласовать последние с КС и получить энергетический выигрыш по сравнению с решениями согласно существующим рекомендациям МСЭ.

Показана возможность обмена выигрыша «в энергетике» на выигрыш в достоверности и/или скорости передачи.

Следует отметить, что применение квазиоптимальных решений в общем случае не всегда является оправданным, поскольку разница между теоретически достижимыми и квазиоптимальными решениями при определенных условиях может быть существенной. В таких случаях целесообразным является применение оптимальных решений даже с учетом сложности их получения.

Библиографический список

1. Андреев В.А. Направляющие системы электро-связи. Теория передачи и влияния : учебник для вузов. В 2-х томах, том 1 / В.А. Андреев, Э.Л. Портнов, Л.Н. Кочановский ; под ред. В.А. Андреева. – 7-е изд., перераб. и доп. – М. : Горячая линия – Телеком, 2011. – 424 с.
2. Golden P. Implementation and Applications of DSL Technology / P. Golden, H. Dedieu, K.S. Jacobsen. – New York : Auerbach Publications, 2008. – 818 P.
3. Bees D. Bandwidth Services with DSL Bonding [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://www.pmc-sierra.com/cgi-bin/document.pl?docnum=2021395>. – Дата обращения: 18.02.2011.
4. Golden P. Fundamentals of DSL Technology / P. Golden, H. Dedieu, K.S. Jacobsen. – New York : Auerbach Publications, 2006. – 454 P.
5. Рыболовлев Д.А. Математическая модель системы передачи информации, учитывающая взаимное влияние электропроводных линий связи / Д.А. Рыболовлев // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2012. – № 2. – С. 126-135.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1966. – 576 с.
7. Китаев, А.Ю. Классические и квантовые вычисления / А.Ю. Китаев, А.Х. Шень, М.Н. Вялый. – М.: МЦНМО, 1999. – 192 с.

УДК 004.932

А.В. Нестеров

КОМПЛЕКСНАЯ ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ В СИСТЕМАХ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ В УСЛОВИЯХ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Рассмотрены производственные факторы, влияющие на качество обрабатываемого изображения. Выделены основные типы шумов на изображениях, вызванные влиянием производственных факторов. Произведен анализ методов, применяемых для устранения данного типа шумов. Рассмотрен комплексный подход в применении методов и алгоритмов фильтрации и восстановления изображений. Приведен пример использования комплексного подхода для обработки изображения в системе машинного зрения, предназначенной для контроля витых изделий на навивочных станках.

Ключевые слова: изображение, обработка, шум, фильтрация, восстановление, промышленность, машинное зрение.

Введение. В современном машиностроении широко применяются системы машинного зрения (СМЗ). Технически такие системы состоят из видеодатчика, устройства ввода изображения и компьютера со специализированным программным обеспечением [1]. Программное обеспечение предназначено для обработки и распознавания.

Точность распознавания и последующих вычислений напрямую зависят от качества предварительной обработки изображения от шумов, наличие которых приводит к снижению точности оценки параметров изделий.

Основной причиной появления шумов на изображениях в условиях машиностроительного производства является воздействие различных производственных факторов, вызывающих появление на изображении помех различных типов.

Цель работы – предложение комплексного подхода для решения задачи обработки изображений, полученных средствами машинного зрения, при воздействии совокупности производственных факторов в рамках технологического процесса.

Производственные факторы, влияющие на качество обрабатываемого изображения.

В машиностроении системы машинного зрения наиболее часто используются для контроля геометрических размеров, поверхностных дефектов, цвета, формы при обработке (штамповка, обработка резанием и пр.) и сборке (сварка, пайка и пр.). Как правило, видеодатчики машинного зрения располагаются в непосредственной близости от места обработки или сборки. В результате на изображение, формируемое видеодатчиками, накладываются шумы, вызванные

производственными факторами, являющиеся следствием текущего технологического процесса. Такими производственными факторами являются:

- 1) недостаточная освещенность;
- 2) запыленность воздушной среды;
- 3) наличие смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ) в зоне контроля;
- 4) вибрация.

Типы шумов и искажений на изображении, вызванных влиянием производственных факторов. Для выбора методов обработки изображений, полученных в условиях производства, необходимо определить тип помех, вызываемых тем или иным производственным фактором.

Недостаточная освещенность и запыленность воздушной среды приводит к появлению зернистости по всему полю изображения. Основой данной помехи является *аддитивный шум*. Модель аддитивного шума используется тогда, когда сигнал на выходе изображающей системы или на каком-нибудь промежуточном этапе преобразования может рассматриваться как сумма полезного сигнала и некоторого случайного сигнала [2].

На изображениях, формируемых в СМЗ, наряду с аддитивным шумом присутствуют также другие типы шумов. Так, в системах, использующих *естественное освещение*, часто возникают пространственные изменения освещенности, которые являются причиной *мультипликативной помехи* на изображении [3]. Мультипликативная модель применяется, когда можно считать, что полезный сигнал умножается на случайный сигнал.

Наличие смазочно-охлаждающей жидкости в зоне контроля СМЗ приводит к появлению

бликов на изображении. Блики относятся к шумовому загрязнению, которое может быть представлено в виде составляющих мультипликативного и аддитивного шума.

В ряде технологических процессов *вибрация*, вызываемая работой механизмов, приводит к появлению эффекта смазывания на изображении.

Методы устранения шумов и искажений, вызванных влиянием производственных факторов. Можно выделить несколько основных методов фильтрации, применяемых в промышленных СМЗ для устранения различных типов шумов и восстановления изображений.

Для подавления *аддитивного гауссова шума* применяется *линейная сглаживающая фильтрация*. Выход (отклик) простейшего линейного сглаживающего фильтра есть среднее значение элементов его окрестности, покрытой маской фильтра [4]. Линейные фильтры широко используются для устранения шумов. Однако в приложении к цифровым изображениям они обладают рядом существенных недостатков: размывают очертания объектов и могут уничтожать мелкодетальные особенности изображения.

Эффект размытия контуров может быть существенно снижен при применении нелинейных фильтров. Наиболее простым примером является *метод медианной фильтрации* [5].

В настоящее время для устранения влияния помех, наряду с рассмотренными выше быстрыми методами, применяются также вейвлет-преобразования и метод главных компонент.

Вейвлет-преобразование позволяет удалять шум, не затрагивая значительно границы и детали на изображении [6]. Пример алгоритма вейвлет-фильтрации зашумленных изображений рассмотрен в работе [7]. В целом поведение вейвлет-кодексов практически одинаково как для аддитивного гауссовского шума, так и для мультипликативного шума с различными законами распределения [8].

Метод главных компонент позволяет выделить структуру в многомерном массиве данных и применяется в основном для распознавания или для сжатия изображений. Работает он лучше всего для изображений с *белым гауссовским шумом*.

Для решения задачи *восстановления поврежденных участков изображения* широкое применение нашли методы А. Telea [9] и Навье – Стокса [10].

Для устранения *смаза* изображения при *вибрации* применяется метод «слепой» деконволюции. Реальное изображение восстанавливается непосредственно из смазанного с использованием неполной информации о процессе смаза.

Комплексный подход в применении методов фильтрации и восстановления изображений в СМЗ. В реальных условиях на изображение, получаемое СМЗ, воздействуют несколько производственных факторов, что приводит к одновременному появлению на изображении помех различных типов. В силу этого для обработки таких изображений предлагается применение комплексного подхода, направленного на устранение различных типов помех и позволяющего получить максимально качественное изображение, пригодное для дальнейшего распознавания. В соответствии с таким подходом обработку изображения можно разбить на три этапа.

На *первом этапе* происходит идентификация типа помех, присутствующих на изображении, и оценка параметров шума. Для этого могут применяться как специальные алгоритмы, позволяющие оценивать статистические параметры изображения (дисперсия, среднее квадратичное отклонение), так и неавтоматизированная оценка помеховой ситуации наладчиком СМЗ на конкретном участке производства. Пример статистической оценки зашумленности представлен в [11].

Этап идентификации является необходимым, т.к. неточная оценка помеховой ситуации или параметров шума могут привести к некачественной предварительной обработке. Это влияет на дальнейший процесс обработки изображений. Например, недооценка уровня мультипликативной помехи вызывает большие разрывы контуров объектов изображений при решении задачи контурной сегментации [3].

На *втором этапе* осуществляется обработка изображения с помощью фильтров, предназначенных для устранения помех, тип которых был определен на этапе идентификации. При необходимости высокоскоростной обработки изображения в СМЗ выбираются быстрые методы фильтрации.

На *третьем этапе* осуществляется восстановление поврежденных участков на изображении, что позволяет устранить влияние таких производственных факторов, как наличие СОЖ в зоне контроля. При необходимости в случае когда не требуется скоростная обработка, применяются методы восстановления смазанных изображений.

Примером применения комплексного подхода в решении проблемы обработки изображений в СМЗ может служить модуль обработки в разрабатываемой системе машинного зрения, предназначенной для контроля витых изделий на навивочных станках.

На первом этапе для данной СМЗ был проведен анализ производственных факторов, яв-

ляющихся источниками помех на изображении контролируемой области. В результате анализа было выявлено: наличие взвешенных частиц пыли и СОЖ, недостаточная освещенность, наличие бликов от СОЖ на контролируемом участке, наличие брызг СОЖ в зоне контроля. Следствием данных факторов является наличие аддитивного и мультипликативного шумов и засвеченных групп пикселей на изображении.

Эффект добавления аддитивного шума на изображении, представленном в DN -значениях, для i -го и j -го пикселей может быть записан в виде суммы истинного сигнала S и шума na :

$$DN(i, j) = S(i, j) + na(i, j). \quad (1)$$

Эффект добавления мультипликативного шума на изображении, представленном в DN -значениях, для i -го и j -го пикселей может быть записан в виде произведения истинного сигнала S и шума nm :

$$DN(i, j) = S(i, j) \times nm(i, j). \quad (2)$$

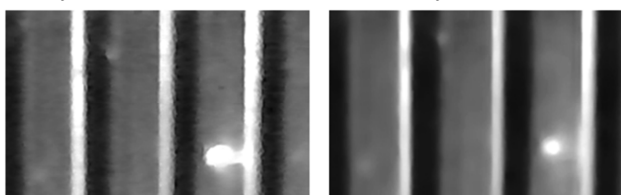
На втором этапе в рамках программы обработки изображения реализован медианный фильтр, позволяющий провести фильтрацию аддитивных и мультипликативных шумов, не размывая границы витков изделия на контролируемом участке (см. рисунок).

Медианная фильтрация осуществляется посредством движения апертуры вдоль дискретизированного изображения (последовательности) и замены значения элемента изображения в центре апертуры медианой исходных отсчетов внутри апертуры [12]. Формулу двумерного медианного фильтра определяет выражение:

$$F_{i,j} = med[E_{i+s,j+t}; (s,t) \in W]; i, j \in Z^2, \quad (3)$$

где $[F_{i,j}]$ – элемент матрицы изображения после фильтрации, $[W_{s,t}]$ – элемент массива апертуры изображения, имеющей размерность $m \times n$, $[E_{i,j}]$ – элемент матрицы исходного изображения.

Как видно на рисунке, медианная фильтрация позволяет не только удалить шум, имеющий аддитивный и мультипликативный характер, но минимизировать площадь бликов на поверхности контролируемого изделия, что упрощает последующее восстановление таких участков.



Фильтрация шумов на изображении контролируемого участка витого изделия (слева – зашумленное изображение, справа – изображение после фильтрации)

На третьем этапе осуществляется идентификация всех бликов на изображении и восстановление данных участков.

Данный тип помехи (блики) моделируется как:

$$DN(i, j) = S(i, j) \times nm(i, j) + na(i, j). \quad (4)$$

Блики имеют единственный максимум яркости, постепенно убывающей к краям влияния блика [13].

Процедура идентификации осуществляется на основе оценки яркости пикселей изображения и пороговой обработки пикселей на полутоновом изображении, полученном в результате медианной фильтрации.

Пороговая обработка заключается в разделении всех отсчетов изображения на два класса по признаку яркости: объект и фон. Основной проблемой при применении пороговой обработки является выбор порога. Относительно способа задания величины порога яркости все способы пороговой обработки можно разделить на три вида – методы глобальной, локальной и адаптивной пороговой обработки.

В методах глобальной обработки значение порога рассчитывается исходя из анализа гистограммы всего изображения и является одинаковым для всех пикселей исходного изображения. Суть локальных методов – пороговое значение меняется для каждого пикселя, исходя из признаков его окрестности. Подход в адаптивных методах заключается в том, что изображение разбивается на отдельные фрагменты, на каждом из которых оцениваются локальные характеристики. Каждый фрагмент обрабатывается независимо, как отдельное изображение с однородными свойствами.

Методы глобальной обработки не применимы для решения задачи обнаружения бликов, так как обрабатываемое изображение имеет неоднородную яркость.

Для решения задачи обнаружения областей изображения изделия, соответствующих бликам, применен адаптивный метод пороговой обработки.

Функция порогового преобразования в разрабатываемом модуле обработки может быть представлена в следующем виде:

$$P_{i,j} = \begin{cases} 1, I_{i,j} > I_0, \\ 0, I_{i,j} \leq I_0, \end{cases} \quad (5)$$

где $P_{i,j}$ – элемент матрицы изображения после порогового преобразования, $I_{i,j}$ – яркость элемента матрицы полутонового изображения, I_0 – пороговое значение яркости.

Для каждого i -го и j -го пикселей определяется окрестность, в которой вычисляется среднее

значение яркости, которое и является пороговым значением I_0 для данного пикселя:

$$I_0 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{i,j}, \quad (6)$$

где $I_{i,j}$ – яркость элемента массива аперттуры изображения, имеющей размерность $m \times n$.

Результатом данной обработки является изображение – бинарная маска. Это одноканальное изображение того же размера, что и исходное, в котором области, идентифицированные как блики, состоят из ненулевых пикселей, а все остальные – из нулевых.

Восстановление осуществляется на основе исходного изображения и полученного изображения – маски.

Алгоритм восстановления заключается в замещении интенсивности пикселей, идентифицированных как блики, на интенсивности пикселей из окрестности данных бликов и применения линейного сглаживающего фильтра к области замещения и окрестности блика.

В качестве линейного сглаживающего фильтра применяется гауссовский фильтр с ядром:

$$f(i, j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (7)$$

где σ – среднеквадратичное отклонение гауссиана, измеряемое в расстоянии между пикселями.

Результатом такого комплексного подхода в разрабатываемой системе машинного зрения, предназначенной для контроля витых изделий на навивочных станках, является изображение, пригодное для целей дальнейшего преобразования, распознавания и анализа.

Выводы. В данной статье рассмотрены производственные факторы, влияющие на качество обрабатываемого изображения. Выделены основные типы искажений, вызванных влиянием производственных факторов и методы их фильтрации. Обоснована необходимость использования комплексного подхода в применении данных методов в СМЗ, применяемых на предприятиях машиностроения. Дано описание последовательности этапов такого подхода.

Рассматриваемый подход использован при разработке алгоритма обработки исходного изображения в системе машинного зрения, предназ-

наченной для контроля витых изделий на навивочных станках.

Библиографический список

1. Нестеров А.В. Анализ методов цифровой обработки информации в системах компьютерного зрения и обзор областей применения данных систем // Вестник РГРТУ. – Рязань. – 2008. – Вып. 26. – С. 121-122.
2. Сойфер В.А. Компьютерная обработка изображений: часть 2. Методы и алгоритмы // Соросовский образовательный журнал. – 1996. – №3. – С.110-121.
3. Емец Ю.В. Оценивание параметра мультипликативного шума на изображении с помощью мультифрактальных показателей // Искусственный интеллект. – 2010. – №4. – С.212-220. – ISSN 1561-5367.
4. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений / пер. с англ. под ред. П.А. Чочиа. – М. Техносфера, 2005. – 1072 с.
5. Сойфер В.А. Методы компьютерной обработки изображений / под ред. В.А. Сойфера. – 2-е изд., испр. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 784 с.
6. Калинкина Д., Ватолин Д. Проблема подавления шума на изображениях и видео и различные подходы к ее решению [Электронный ресурс] // Компьютерная графика и мультимедиа. – М.: Факультет ВМиК МГУ, 2005. – №3(2). – URL: <http://cgm.computergraphics.ru/content/view/74> (дата обращения 12.04.2013).
7. Бехтин Ю.С. Алгоритм вейвлет-фильтрации зашумленных изображений // Вестник РГРТУ. – 2004. – Вып. 15. – С. 22-27.
8. Бехтин Ю.С., Брянцев А.А. Компрессия зашумленных изображений в библиотеке вейвлет – кодеков // Вестник РГРТУ. – Рязань. – 2012. – Вып. 39. – Часть 2 – С. 3-7.
9. Telea A. An Image Inpainting Technique Based on the Fast Marching Method // Journal of Graphic Tools. – ACM Press, 2004. – Vol.9. – No.1. – P. 25-36.
10. Bertalmio M., Bertozzi A.L., Bertalmio M., Sapiro G. Navier-Stokes, Fluid Dynamics, and Image and Video Inpainting. – Proc. ICCV 2001. – P.1335-1362.
11. Еремеев В.В., Зенин В.А., Князьков П.А. Статистическая оценка степени зашумленности космических изображений земной поверхности // Вестник РГРТУ. – Рязань. – 2008. – Вып. 24. – С. 3-7.
12. Хуанг Т.С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений: преобразования и медианные фильтры / под ред. Т.С. Хуанга; пер. с англ. под ред. Л.П. Ярославского. – М.: Радио и Связь, 1984. – 224 с.
13. Грейсух Г.И. Разработка методов и программных средств подавления шумов в интерферограммах на этапе их предварительной обработки // Компьютерная оптика. – 2005. – Вып.28. – С. 140-144. – ISSN 0134-2452.