

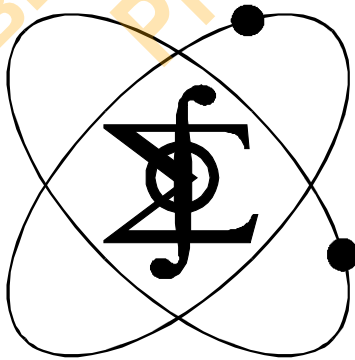
7630

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.Ф.УТКИНА

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Расчетно-графическая работа



Рязань 2023

УДК 517.9

Дифференциальные уравнения: расчетно-графическая работа/  
Рязан. гос. радиотехн. ун-т им. В.Ф. Уткина; сост.: А.В. Кузнецов,  
К.А. Ципоркова. Рязань, 2023. 40 с.

Содержат типовые задания для практических занятий и самостоятельной работы по теме «Дифференциальные уравнения».

Предназначены для студентов всех форм обучения по всем направлениям и специальностям факультета вычислительной техники  
Библиогр.: 9 назв.

*Дифференциальные уравнения, метод изоклин, метод вариации произвольной постоянной*

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Рязанского государственного радиотехнического университета им.  
В.Ф. Уткина.

Рецензент: кафедра ВМ Рязанского государственного  
радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина (зав. кафедрой канд.  
физ.-мат.наук, доц. К.В. Бухенский)

Дифференциальные уравнения

Составители: Кузнецов Алексей Викторович  
Ципоркова Ксения Андреевна

Редактор Р.К. Мангутова

Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 15.05.23. Формат бумаги 60x84 1/16.  
Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ.л. 2,5.

Тираж 60 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

## ВВЕДЕНИЕ

Важным фактором усвоения математики и овладения методами решения различных задач является самостоятельная работа студентов. Система расчетно-графических работ активизирует самостоятельную работу учащихся и способствует более глубокому и осознанному изучению курса высшей математики. Данная расчетно-графическая работа содержит большое количество задач по различным вопросам темы «Дифференциальные уравнения» и может быть использована как в ходе практических занятий, так и для самостоятельного изучения материала.

Кафедра Высшей математики  
РГРТУ

## Расчетно-графическая работа. I часть

### Задания

1. Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить поле направлений.
2. Построить дифференциальное уравнение первого порядка по однопараметрическому семейству кривых.
3. Составить дифференциальное уравнение по заданной физической задаче.

### Дифференциальные уравнения первого порядка

4. Найти общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
5. Найти общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка.
6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения, приводящегося к однородному: а) невырожденный случай; б) вырожденный случай.
7. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка методом вариации произвольной постоянной.
8. Найти решение задачи Коши для уравнения Бернулли.
9. Найти общий интеграл уравнения в полных дифференциалах.
10. Решить уравнение Лагранжа или Клеро.

### Уравнения высшего порядка, допускающие понижение степени

11. Найти общее решение дифференциального уравнения при отсутствии неизвестной функции и младших производных.
12. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения при отсутствии независимой переменной.
13. Другие случаи понижения порядка (однородность, обобщенная однородность, выделение полной производной).

**Линейные неоднородные уравнения высших порядков**

14. Исследовать на линейную зависимость систему функций.
15. По известным корням характеристического уравнения найти общее решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
16. Составить общее решение линейного однородного дифференциального уравнения (без нахождения коэффициентов для частного решения ЛНДУ).
17. Найти решение задачи Коши.
18. Найти решение задачи Коши методом вариации произвольной постоянной.
19. Решить уравнение Эйлера.

Кафедра высшей математики  
РГРТУ

## Вариант 1

1. $y' = x^2$	2. $\frac{x^2}{4} + (y+C)^2 = C$
3. В резервуаре находится 200 л. раствора 10% концентрации. Каждую минуту в резервуар вливается 3 л. воды и после перемешивания столько же раствора вытекает. Сколько соли останется в резервуаре через 7 минут?	
4. $xyu' = 1 - x^2$	5. $(xy + y^2)dx - x^2dy = 0$
6. а) $2y' = \frac{x+2y-3}{x-1}$	6. б) $y' = \frac{x+2y-1}{3x+6y+2}$
7. $2y' - \frac{1}{x}y = (x + \ln 2x)'$	8. $y' - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$ , $y(1) = 0$
9. $e^{-y}dx + (2 - xe^{-y})dy = 0$	10. $y = (x+1)(y')^2$
11. $y'' - y'ctgx = 2x \sin x$	12. $y^2 y'' = 1$ , $y(0) = 2, y'(0) = -1$
13. $xyy'' - x(y')^2 = yy'$	14. $\{1, x, x^2, x^3\}$
15. $k_{1,2,3} = -1; k_{4,5} = 0; k_{6,7} = \pm 3i; k_8 = 5; k_{9,10} = k_{11,12} = 2 \pm i$	
16. $y'' + 7y' + 12y = \int_0^x e^{-3t} dt + (x^2 + 1)' + \cos x + e^x \sin 2x + xe^{-3x} + x^3 + x \sin x$	
17. $y'' + 10y' + 16y = \cos x$ , $y(0) = y'(0) = 1$	
18. $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ , $y(0) = 2, y'(0) = 4$	19. $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$

## Вариант 2

1. $y' = y - x$	2. $x^2 + (y - R)^2 = R^2$
3. Скорость истечения жидкости из сосуда через малое отверстие имеет вид $v = 0.6\sqrt{2gh}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием. Определить закон изменения количества жидкости в сосуде верхнеполусферической формы, радиус основания $R$ .	
4. $e^y (y' + 1) = 1$	5. $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$
6. а) $y' = \frac{4y - 8}{3x + 2y - 7}$	6. б) $y' = \frac{2x + y - 1}{4x + 2y + 1}$
7. $xy' - y = 3 \int_0^x t^2 dt$	8. $x^2 y^2 y' + xy^3 = \frac{1}{x^2}, \quad y(1) = 1$
9. $(3x - 5x^2 y^2)dx + (3y^2 - \frac{10}{3}x^3 y)dy = 0$	10. $y = 2xy' - y^2 (y')^3$
11. $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}$	12. $2yy'' + (y')^2 = 0,$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$
13. $4x^2 y^3 y'' = x^2 - y^4$	14. $\{e^x, x, e^{2x}, e^{3x}\}$
15. $k_{1,2} = 8; k_3 = 0; k_{4,5,6} = -8; k_{7,8} = -2 \pm 7i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 4i$	
16. $y'' + 4y' + 29y = (e^{-2x})' + x + \int_0^x \cos 2t dt + e^{3x} \cos x + x^3 + x^2 \cos 2x$	
17. $y'' - 2y' = e^x, \quad y(0) = -0,5, y'(0) = 0$	
18. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2},$ $y(1) = 0, y'(1) = -e$	19. $x^2 y'' - xy' - 3y = 0$

## Вариант 3

1. $y' = y + x$	2. $(x - C)^2 + (y + C)^2 = 9$
3. Из цилиндрического бака половина воды вытекает за 5 минут. Через какое время вся вода вытечет из этого бака? Скорость истечения жидкости $v = k\sqrt{h}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием	
4. $(1 + y)y' = xy \sin x$	5. $y'(2\sqrt{xy} - x) + y = 0$
6. а) $y' = \frac{2x + y - 3}{x - 1}$	6. б) $y' = \frac{2x + 4y + 3}{x + 2y + 2}$
7. $y' = \frac{y}{x} + \int_0^x (\cos t - t \sin t) dt$	8. $y' + xy = xy^3$ , $y(0) = 1$
9. $(x \cos 2y - 3)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$	10. $y = xy' - x^2 (y')^3$
11. $y''' = \frac{3}{2}(y')^2$	12. $y'' = 2yy'$ , $y(0) = -1$ , $y'(0) = 2$
13. $3y'y'' + yy''' = 0$	14. $\{1, x, \sin x, \cos x\}$
15. $k_1 = -6; k_{2,3,4} = 0; k_5 = 3; k_{6,7} = 1 \pm 3i; k_{8,9} = k_{10,11} = k_{12,13} = \pm 3i$	
16. $y'' + 2y''' + y' = \int_0^x (1+t) dt + (xe^x)' + \cos 2x + e^{2x}(\sin 3x - x \cos 3x) + x^2 \sin 2x$	
17. $y'' + y' = -\sin 2x$ , $y(\pi) = y'(\pi) = 1$	
18. $y'' + 2y' + y = e^{-x}\sqrt{x+1}$ , $y(-1) = e$ , $y'(-1) = 2e$	19. $x^3 y''' + xy' - y = 0$



## Вариант 4

1. $y' = x - 1$	2. $(x - 2C)^2 + (y - C)^2 = 4$
3. Определить численность населения страны через 5 лет, считая скорость прироста населения пропорциональной текущей численности. Данные: 140 млн чел., прирост за первый год составил 10 %	
4. $y dx + ctgx dy = 0$	5. $y'(x^2 - xy + 4y^2) = -4x^2 + xy - y^2$
6. а) $y' = \frac{x + 7y - 8}{9x - y - 8}$	6. б) $y' = \frac{-x + 2y - 2}{-3x + 6y + 5}$
7. $y' - \frac{y}{x+2} = \int_0^x 2(t+1) dt$	8. $y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x} (1 - x^3)$ , $y(0) = -1$
9. $(2x + ye^{xy})dx + (1 + xe^{xy})dy = 0$	10. $y = xy' + \sin y'$
11. $(1 + x^2)y'' + (y')^2 = -1$	12. $yy'' + 1 = (y')^2$ , $y(0) = 1, y'(0) = -1$
13. $yy'' - (y')^2 = 15y^2\sqrt{x}$	14. $\{\cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x\}$
15. $k_{1,2,3} = 4; k_{4,5} = -1; k_{6,7} = 0; k_8 = 8; k_{9,10} = k_{11,12} = 7 \pm i$	
16. $y''' + y'' = (xe^{-x})' + x^2 + \int_0^x t \cos 2t dt + e^x \sin x$	
17. $y'' + y = \cos 2x$ , $y(0) = y'(0) = 1$	
18. $y'' + y = \frac{2}{\cos^3 x}$ , $y(0) = 0, y'(0) = 2$	19. $x^2 y''' = 2y'$

## Вариант 5

1. $y' = y^2 - y$	2. $y = Cx^2 - 2x + 1$
3. Тело охлаждается от $95^\circ$ до $75^\circ$ за 30 минут. Через сколько минут тело охладится до $30^\circ$ , если температура окружающей среды $10^\circ$ ?	
4. $2\sqrt{y}dx - dy = 0$	5. $(y^2 - x^2)y' = x^2 + y^2$
6. а) $y' = \frac{3y - 2x + 1}{3(x+1)}$	6. б) $y' = \frac{2x - y - 1}{4x - 2y + 2}$
7. $y' - \frac{y}{x+1} = \int_{-1}^x e^t (t+2) dt$	8. $3y^2 y' + y^3 = x + 1, \quad y(0) = 1$
9. $(x^2 + 2xy + 1)dx + (x^2 + y^2 - 1)dy = 0$	10. $y = xy' + \frac{1}{y'}$
11. $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$	12. $yy'' = (y')^2 - (y')^3, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$
13. $x^3 y'' = (y - xy')(y - xy' - x)$	14. $\{1, \cos x, \sin x, e^x\}$
15. $k_{1,2} = -5; k_3 = 2; k_{4,5,6,7} = 0; k_{8,9} = -2 \pm 3i; k_{10,11} = k_{12,13} = 1 \pm i$	
16. $y''' + 5y'' = \int_1^x (t^4 - 4) dt + (x^2 e^{-5x})' + 3 \cos 5x + e^x \sin x + 5x^2 \sin 5x$	
17. $y'' 4y' + 5y = 8 \cos x, \quad y(0) = 3, y'(0) = 1$	
18. $y'' - 6y' + 9y = e^{3x} \ln x, \quad y(1) = 0, y'(1) = 1$	19. $x^2 y'' - xy' + y = 8x^3$

## Вариант 6

1. $y' = y^2 - x$	2. $y = x^3 + Cx^2 - 2x$
3. В резервуаре находится 150 л. раствора 10% концентрации. Каждую минуту в резервуар вливается 2 л. воды и после перемешивания столько же раствора вытекает. Сколько соли останется в резервуаре через 5 минут?	
4. $y' \sin x - y \ln y = 0$	5. $2xy'(x^2 + y^2) = y(2x^2 + y^2)$
6. а) $y' = \frac{x + y + 3}{y - 1}$	6. б) $y' = \frac{3x - y - 4}{9x - 3y + 1}$
7. $y' + (\ln 3x)' y = \int_0^x \cos t dt$	8. $y' - y \operatorname{tg} x = -y^2 \cos x, \quad y(0) = 1$
9. $\sin(x + y)dx + x \cos(x + y)(dx + dy) = 0$	10. $2xy' - y = y' \ln y'$
11. $x^2 (y'')^2 - x^2 y' y''' = (y')^2$	12. $2yy'' = y^2 + (y')^2,$ $y(0) = -1, y'(0) = -1$
13. $2(y'')^2 = y' y'''$	14. $\{1, x, x^2, (1 + x)^2\}$
15. $k_{1,2,3} = 0; k_4 = -1; k_{5,6} = 6; k_{7,8} = -3 \pm 9i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 8i$	
16. $y'' - 4y' + 8y = (e^{2x} \cos 2x)' + 3e^{-2x} + 13x^3 + \int_1^x \sin t dt + 5x$	
17. $y'' - 4y' + 5y = e^{2x}, \quad y(0) = y'(0) = 0$	
18. $y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}},$ $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$	19. $x^2 y'' + xy' + 4y = 10x$

## Вариант 7

1. $y' = y - x^2$	2. $Cy = \sin(Cx)$
3. Скорость истечения жидкости из сосуда через малое отверстие имеет вид $v = 0.6\sqrt{2gh}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием. Определить закон изменения количества жидкости в сосуде, представляющем перевернутый конус, высота $H$ , радиус основания $R$	
4. $y' = 3y - 1$	5. $y - xy' = 2(x + yy')$
6. а) $2y' = \frac{y}{x + y - 1}$	6. б) $y' = \frac{x - 3y + 1}{2x - 6y + 7}$
7. $y' - \frac{y}{x} = \int_0^1 (\sin t + t \cos t) dt$	8. $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$ , $y(0) = 1$
9. $(3x^2 + 3x^2 \ln y)dx - (2y - \frac{x^3}{y})dy = 0$	10. $xyy' = (xy')^2 - 1$
11. $xy''' = -y'' + x + 1$	12. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}$ , $y(0) = 0, y'(0) = -\sqrt{2}$
13. $(1+x^2)((y')^2 - yy'') = xyy'$	14. $\{1, x, x^2, \cos x\}$
15. $k_{1,2,3} = -4; k_{4,5,6} = 0; k_{7,8} = 5 \pm 5i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 4i; k_{13} = 3$	
16. $y'' + 25y = \int_0^x t \cos 5tdt + e^{2x} \sin x + 4e^{-5x} + 12x - 7x^2 e^{-5x}$	
17. $y'' + y = -\sin 2x$ , $y(0) = y'(0) = 1$	
18. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$ , $y(0) = 1, y'(0) = 1$	19. $x^3 y'' - 2xy' = 6 \ln x$

## Вариант 8

1. $y' = x^2 - y^2$	2. $4 = (x - C)^2 + y^2$
3. Из цилиндрического бака половина воды вытекает за 10 минут. Через какое время вся вода вытечет из этого бака? Скорость истечения жидкости $v = k\sqrt{h}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием	
4. $xdy + ydx = y^2 dx$	5. $x^2 - 3y^2 + 2xyy' = 0$
6. а) $y' = \frac{2y-2}{x+y-2}$	6. б) $y' = \frac{3x-2y-1}{6x-4y+1}$
7. $y' - y(\ln 5x)' = -\frac{12}{x^3}$	8. $xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1$
9. $3x^2 y + \sin x = (\cos y - x^3)y'$	10. $(y')^2 + 5y = x(x + y')$
11. $y''' = (y'')^2$	12. $y'' = e^y, y(0) = 0, y'(0) = -\sqrt{2}$
13. $3xy'' + \frac{2yy'}{x} = \frac{y^2}{x^2} + (y')^2$	14. $\{(1+x)^3, x, x^2, x^3\}$
15. $k_{1,2} = 7; k_3 = 0; k_{4,5} = -2; k_{6,7} = \pm 6i; k_{8,9} = k_{10,11} = k_{12,13} = -1 \pm 3i$	
16. $y'' + y''' = \int_1^x (t-1) \cos t dt + x^5 + 7e^{-x} + e^{2x} \cos 3x - x^3 e^{-x}$	
17. $y'' - 3y' + 2y = 2(x-1)e^{-x}, \quad y(0) = y'(0) = 1$	
18. $y'' - y' = e^{2x} \sqrt{1 - e^{2x}},$ $y(0) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 3x^2$

## Вариант 9

1. $y' = x - y + 1$	2. $y = C(x^2 + e^x)$
3. Определить численность населения страны через 3 года, считая скорость прироста населения пропорциональной текущей численности. Данные: 300 млн чел., прирост за первый год составил 5 %	
4. $e^{-y} \left( 1 + \frac{dy}{dx} \right) = 1$	5. $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$
6. а) $3y' = \frac{3y - x - 4}{x + 1}$	6. б) $y' = \frac{2x + 5y - 2}{-4x - 10y + 3}$
7. $y' - \frac{y}{x} = 2 \int_1^x \frac{\ln t - 1}{t^2} dt$	8. $x^2 y^2 y' + xy^3 = 1, \quad y(1) = 2$
9. $(3x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$	10. $2xy' - (y')^2 = 4y - x^2$
11. $x^2 y''' = (y'')^2$	12. $y^3 y'' = 1, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1$
13. $yy'' = y'(y' + 1)$	14. $\{1, e^x, e^{2x}, x^3\}$
15. $k_1 = 1; k_{2,3,4,5} = 0; k_{6,7} = -4 \pm 5i; k_{8,9} = 3; k_{10,11} = k_{12,13} = \pm 2i$	
16. $y^{IV} - y = 2 \sin x + \int_0^x te^t dt + 23 + (e^{-x} \cos 2x)' - 4x^4$	
17. $y'' + y' - 2y = (2 - x)e^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$	
18. $y'' + y = \frac{2}{\sin^3 x},$ $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$	19. $x^2 y'' - 6y = 5x^3 + 8x^2$

## Вариант 10

1. $y' = y - x - 1$	2. $y = C(x - C)^2$
3. Тело охлаждается от $95^\circ$ до $65^\circ$ за 30 минут. Через сколько минут тело охладится до $40^\circ$ , если температура окружающей среды $10^\circ$ ?	
4. $x^2 y' - 1 = \cos 2y$	5. $x^2 y' + xy - x^2 - y^2 = 0$
6. а) $3y' = \frac{x + 3y + 4}{x - 2}$	6. б) $y' = \frac{3x - y + 4}{-6x + 2y - 5}$
7. $y' + (\arctg x)' y = \frac{\arctg x}{1 + x^2}$	8. $y' - \frac{y}{x} = xy^2, \quad y(1) = 2$
9. $(x^2 + 2xy)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$	10. $xyy' = (y')^3 + y^2$
11. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$	12. $y^4 - y^3 y'' = 1,$ $y(0) = 1, y'(0) = -2$
13. $xyy'' + x(y')^2 = 2yy'$	14. $\{1, 1 + x + x^2, x^2, x^3\}$
15. $k_{1,2,3} = 0; k_{4,5} = -3; k_{6,7} = -2 \pm 4i; k_8 = -4; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 6i$	
16. $y'' + 2y' + 10y = xe^{-x} \sin 3x + (xe^x)' + 17x + \int_0^x \cos t dt - 3$	
17. $y'' - 5y' + 6y = (x + 2)e^x, \quad y(0) = y'(0) = 1$	
18. $y'' - y' = e^{2x} \cos e^x,$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	19. $x^2 y'' - 2y = \sin \ln x$

## Вариант 11

1. $y' = \frac{y-x}{y^2+1}$	2. $Cx + y^2 = x^3$
3. В резервуаре находится 250 л. раствора 10% концентрации. Каждую минуту в резервуар вливается 5 л. воды и после перемешивания столько же раствора вытекает. Сколько соли останется в резервуаре через 7 минут?	
4. $(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$	5. $x^3y' = y(x^2 + y^2 + xy)$
6. а) $5y' = \frac{2x+3y-5}{x-1}$	6. б) $y' = \frac{x+2y+3}{3x+6y-2}$
7. $y' + y \int_{\pi/2}^x \frac{dt}{\sin^2 t} = \frac{1}{\sin x}$	8. $y' + 4xy = 2xe^{-x^2}\sqrt{y}$ , $y(0) = 1$
9. $\frac{x-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x+y}{x^2+y^2}dy = 0$	10. $(y')^4 = 2yy' + y^2$
11. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$	12. $(3y - 2y')y'' = (y')^2$ , $y(0) = 1, y'(0) = 1$
13. $y'' = \left(2xy - \frac{5}{x}\right)y' + 4y^2 - \frac{4y}{x^2}$	14. $\{1, x, e^{-x}, x^3\}$
15. $k_{1,2,3} = -4; k_{4,5} = 0; k_{6,7} = \pm 4i; k_8 = -1; k_{9,10} = k_{11,12} = 3 \pm 7i$	
16. $y'' + 8y' + 16y = \int_0^x te^{-4t} dt + 2x^2 + \sin 5x + (e^x \cos 2x)' - 2x \cos 5x$	
17. $y'' + y' - 6y = xe^{3x}$ , $y(0) = y'(0) = 0$	
18. $y'' + 4y' + 5y = \frac{e^{-2x}}{\cos x}$ , $y(0) = -2, y'(0) = 3$	19. $(x-2)^2 y'' - 3(x-2)y' + 4y = x$



## Вариант 12

1. $y' = -\frac{x}{y}$	2. $y = \sin(x + C)$
<p>3. Скорость истечения жидкости из сосуда через малое отверстие имеет вид <math>v = 0.6\sqrt{2gh}</math>, где <math>h</math> – высота столба жидкости над отверстием. Определить закон изменения количества жидкости в сосуде, представляющем конус вершиной вверх, высота <math>H</math>, радиус основания <math>R</math></p>	
4. $y' = 3^{x-y}$	5. $(x^2 + y^2)ydx - x^3dy = 0$
6. а) $(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0$	6. б) $y' = \frac{2x + y - 6}{4x + 2y - 3}$
7. $xy' - y = \int_0^x (2t \cos t - t^2 \sin t) dt$	8. $y' + y = x\sqrt{y}$ , $y(2) = 1$
9. $(2x - 1 - \frac{y}{x^2})dx - (2y - \frac{1}{x})dy = 0$	10. $y^2 = (y'')^2 - (y')^3$
11. $xy'' = y' + x(x^2 + (y')^2)$	12. $(y'')^2 - 2y'y''' + 1 = 0$ , $y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = 1$
13. $3y''y^{(4)} = 5(y''')^2$	14. $\{e^x, x, x^2, e^{3x}\}$
15. $k_{1,2} = -3; k_3 = 0; k_{4,5,6} = 4; k_{7,8} = 6 \pm i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 4i$	
16. $y'' - 6y' + 9y = \int_0^x t \sin 3tdt + (x^2 e^{3x})' + 1 + e^{2x} \cos x + 5x^3$	
17. $y'' + 6y' + 5y = x^2 + 1$ , $y(0) = y'(0) = 2$	
18. $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x^2}$ , $y(1) = 0, y'(1) = -e^{-1}$	19. $(2x + 3)^3 y''' + 3(2x + 3)y' - 6y = 0$

## Вариант 13

1. $y' = -\frac{y}{x}$	2. $x^2 + Cy^2 = 2y$
3. Из цилиндрического бака половина воды вытекает за 15 минут. Через какое время вся вода вытечет из этого бака? Скорость истечения жидкости $v = k\sqrt{h}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием	
4. $\frac{yy'}{x} + e^y = 0$	5. $\left(y' - \frac{y}{x}\right) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 1$
6. а) $(y+2)dx - (2x+y-4)dy = 0$	6. б) $y' = \frac{-2x+4y+1}{-x+2y+2}$
7. $y' - (\arccos x)' y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$	8. $2y' - 3y \cos x = e^{-2x} (2 + 3 \cos x) y^{-1}$ , $y(0) = 1$
9. $(2x + e^{\frac{x}{y}})dx + (1 - \frac{x}{y})e^{\frac{x}{y}} dy = 0$	10. $y^2 = (y')^4 - (y')^2$
11. $xy'' - y' = x^2 e^x$	12. $yy'' - 2yy' \ln y = (y')^2$ , $y(0) = e, y'(0) = e$
13. $x^2 yy'' = (y - xy')^2$	14. $\{1, x, \sin^2 x, \cos^2 x\}$
15. $k_1 = -9; k_{2,3,4} = 0; k_5 = 3; k_{6,7} = 2 \pm 9i; k_{8,9} = k_{10,11} = k_{12,13} = \pm 3i$	
16. $y'' + 9y' + 9y = e^{2x} - \int_0^x t^2 \cos 3tdt + (e^{-x} \sin 3x)' + x + x^2 e^{2x}$	
17. $y'' + y' - 12y = x^2 - 3, \quad y(0) = 2, y'(0) = 1$	
18. $y'' - 2y' + y = e^x \sqrt{x}$ , $y(0) = e, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' - 3xy' + 3y = 0$

## Вариант 14

1. $y' = 2 \frac{y}{x}$	2. $y = (x - C)^3$
3. Определить численность населения страны через 7 лет, считая скорость прироста населения пропорциональной текущей численности. Данные: 50 млн чел., прирост за первый год составил 15 %	
4. $x + xy + y'(y + xy) = 0$	5. $y' - 1 = e^{\frac{x}{y}} + \frac{y}{x}$
6. а) $y' = \frac{1 + 3x - 3y}{1 + x - y}$	6. б) $y' = \frac{x + 2y - 5}{3x + 6y + 1}$
7. $y' - y \cos x = 2 \int_0^x \cos 2t dt$	8. $xy' - y = -y^2 (\ln x + 2) \ln x, y(1) = 1$
9. $(\frac{1}{y} \sin \frac{x}{y} - \frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} + 1) dx +$ $+ (\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} - \frac{x}{y^2} \sin \frac{x}{y} + \frac{1}{y^2}) dy = 0$	10. $y = (y' - 1)e^{y'}$
11. $x^2 y^{(4)} + 1 = 0$	12. $(y' + 2y)y'' = (y')^2,$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$
13. $x^2 (2yy'' - (y')^2) = 1 - 2xyy'$	14. $\{\cos^2 x, \sin^2 x, \cos 2x, \sin 2x\}$
15. $k_{1,2,3} = -3; k_{4,5} = 9; k_{6,7} = 0; k_8 = -5; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 9i$	
16. $y'' + y''' = e^{2x} x^2 \sin 3x + \int_0^x 3t \cos t dt + 4x + ((2x - 3)e^{-x})' + e^{2x} \sin 3x$	
17. $y'' - 3y' - 4y = x^2 + 5, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$	
18. $y'' + 4y = \frac{4}{\cos^3 x},$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' + xy' - \frac{1}{4}y = 0$

## Вариант 15

1. $y' = \frac{x}{2y}$	2. $xy + \ln \frac{y}{x} = C$
3. Тело охлаждается от $85^\circ$ до $50^\circ$ за 30 минут. Через сколько минут тело охладится до $30^\circ$ , если температура окружающей среды $10^\circ$ ?	
4. $dy - y \cos^2 x dx = 0$	5. $(2x^3 y - y^4) dx = (x^4 - 2xy^3) dy$
6. а) $y' = \frac{x+y-2}{x-y}$	6. б) $y' = \frac{2x-y+4}{4x-2y-5}$
7. $\left(\frac{x^3}{3} + x\right)' y' + 4xy = 3$	8. $3(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 3$
9. $xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + tg^2 y) dy$	10. $y = \ln((y')^2 + 1)$
11. $xy'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}$	12. $(y''')^3 = y'''(y')^2, \quad y(0) = 1, y'(0) = 1, y''(0) = 1$
13. $yy'' + (y')^2 = 1$	14. $\{1, \cos x, \sin 2x, e^{-x}\}$
15. $k_{1,2} = 12; k_3 = -3; k_{4,5,6,7} = 0; k_{8,9} = -4 \pm i; k_{10,11} = k_{12,13} = 2 \pm i$	
16. $y'' - 6y' + 9y = x^2 e^{3x} + \int_0^x t^2 \cos t dt + (e^{-x} x \sin 3x)' + 3x^4$	
17. $y'' + 6y' + 8y = x^2 + x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2$	
18. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \ln x, \quad y(1) = 1, y'(1) = 0$	19. $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$

## Вариант 16

1. $y' = \frac{1}{y} - x$	2. $y = \frac{x^3}{3} + C$
<p>3. В резервуаре находится 200 л. раствора 10% концентрации. Каждую минуту в резервуар вливается 4 л. воды и после перемешивания столько же раствора вытекает. Сколько соли останется в резервуаре через 5 минут?</p>	
4. $y' = \sin \frac{x-y}{2} - \sin \frac{x+y}{2}$	5. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x}(1 + \ln y - \ln x) = 0$
6. а) $y'(x-y+4) = (x+y-2)$	6. б) $y' = \frac{3x+y-2}{9x+3y+1}$
7. $y' - \frac{y}{x \ln x} = \int_1^x (\ln t - 1) dt$	8. $y' + xy = (x-1)e^x y^2, \quad y(0) = 1$
9. $(xchy + shx)dy + (ychx + shy)dx = 0$	10. $y = 2(y')^3 + (y')^2$
11. $(1-x^2)y'' + xy' = 2$	12. $yy'' + y = (y')^2,$ $y(0) = 1, y'(0) = -1$
13. $y'' + \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2} = \frac{(y')^2}{y}$	14. $\{1, x, x^3, (1+x)^2\}$
15. $k_{1,2,3} = 0; k_4 = -2; k_{5,6} = 7; k_{7,8} = -7 \pm 4i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 5i$	
16. $y''' + y'' = e^{-x} + 1 + \int_0^x t^2 \cos 2t dt + (e^x x^2 \sin x)' - 21x^2$	
17. $y'' - 2y' - 8y = e^x \sin x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 1$	
18. $y'' + 4y = \frac{1}{\sqrt{\cos 4x}},$ $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$	19. $x^2 y'' + xy' + 4y = 0$

## Вариант 17

1. $y' = \frac{y-3x}{x+3y}$	2. $x^3 = C(x^2 - y^2)$
<p>3. Скорость истечения жидкости из сосуда через малое отверстие имеет вид <math>v = 0.6\sqrt{2gh}</math>, где <math>h</math> – высота столба жидкости над отверстием. Определить закон изменения количества жидкости в сосуде нижнеполусферической формы, радиус основания <b>R</b></p>	
4. $y' + \frac{x \sin x}{y \cos y} = 0$	5. $xy' + xtg \frac{y}{x} = y$
6. а) $(x + y + 1)dx + (2x + 2y - 1)dy = 0$	6. б) $y' = \frac{x - 3y - 1}{2x - 6y + 3}$
7. $y' + \frac{1}{2}y(\ln(2x+1))' = \frac{x}{2x+1}$	8. $y' - ytg x = \left(-\frac{2}{3}\right)y^4 \sin x, y(0) = 2$
9. $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$	10. $x = y'\sqrt{(y')^2 + 1}$
11. $y''(2y' + x) = 1$	12. $yy'' = (y')^2 + 1,$ $y(0) = 1, y'(0) = -1$
13. $x^4((y')^2 - 2yy'') = 4x^3yy' + 1$	14. $\{1, x, \cos^2 x, \cos x\}$
15. $k_{1,2,3} = -3; k_{4,5,6} = 0; k_{7,8} = -3 \pm 6i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 5i; k_{13} = 1$	
16. $y'' - 3y' + 2y = x \cos 2x - (x^3 e^{-2x} \cos x)' + \int_0^x 2t^2 e^{2t} dt + 8x^3 \sin 2x$	
17. $y'' - 6y' + 8y = x^2 - 2x + 5, \quad y(0) = 2, y'(0) = 0$	
18. $y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2 + 1},$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' + 5xy' + 13y = 0$

## Вариант 18

1. $y' = \frac{y-x}{x+y}$	2. $y = \frac{C}{x}$
3. Из цилиндрического бака половина воды вытекает за 20 минут. Через какое время вся вода вытечет из этого бака? Скорость истечения жидкости $v = k\sqrt{h}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием	
4. $y' \cos x - (y+1) \sin x = 0$	5. $(3x^2 - y^2)y' = 2xy$
6. а) $y' = \frac{x+y+1}{x-y-1}$	6. б) $y' = \frac{3x-2y-1}{-6x+4y+1}$
7. $\int_x^1 dt (y' + y) = (-e^{-x})'$	8. $y' - \frac{xy}{1-x^2} = \frac{xy^2}{1-x^2}, \quad y(0) = \frac{1}{2}$
9. $(2-9xy^2)xdx - (6x^3-4y^2)ydy = 0$	10. $y'(x - \ln y) = 1$
11. $2y'(y''+2) = x(y'')^2$	12. $2yy'' = 3(y')^2 + 4y^2$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$
13. $y'' = xy' + y + 1$	14. $\{(1+x)^2, 3x, x^2, x^3\}$
15. $k_{1,2} = 7; k_3 = 0; k_{4,5} = -2; k_{6,7} = \pm 4i; k_{8,9} = k_{10,11} = k_{12,13} = -1 \pm 3i$	
16. $y''' - 30y'' + 225y' = e^{15x} + x^4 + \int_0^x t \sin 15t dt + (e^x x \cos x)' + 5x$	
17. $y'' - 7y' + 6y = \cos 2x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2$	
18. $y'' + y' = \sqrt{1-e^{2x}},$ $y(0) = 0, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' + y = 0$

## Вариант 19

1. $y' = 3x - 2y + 1$	2. $x = Cy^2$
3. Определить численность населения страны через 3 года, считая скорость прироста населения пропорциональной текущей численности. Данные: 100 млн чел., прирост за первый год составил 7 %	
4. $y' - 2y \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x$	5. $y' \cos \frac{y}{x} - \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} + 1 = 0$
6. а) $y' = \frac{x + 8y - 9}{10x - y - 9}$	6. б) $y' = \frac{-2x + 5y - 2}{4x - 10y + 5}$
7. $y' - \frac{y}{x} = \left(\frac{1}{x}\right)'$	8. $2y' + 3y \cos x = \frac{e^{2x}(2 + 3 \cos x)}{y}$ , $y(0) = 1$
9. $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$	10. $x((y')^2 - 1) = 2y'$
11. $y'' - xy''' + (y''')^3 = 0$	12. $y'' - (y')^3 = y'$ , $y(0) = -\frac{\pi}{3}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{3}}$
13. $y(xy'' + y') = x(1-x)(y')^2$	14. $\{x, e^x, e^{2x}, e^{-2x}\}$
15. $k_1 = -4; k_{2,3,4,5} = 0; k_{6,7} = 6 \pm i; k_{8,9} = 4; k_{10,11} = k_{12,13} = \pm 3i$	
16. $y''' - 5y'' + 6y' = 9e^{2x} + \int_0^x t \cos 2t dt + (12x^2 + e^x \sin x)' + 3x^3$	
17. $y'' + 5y' - 6y = (x+1)e^x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$	
18. $y'' - y' = e^{2x} \sin e^x,$ $y(0) = 0, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' - y' = 0$



## Вариант 20

1. $y' = y^3 - x^2$	2. $x^2 - 2y + y^2 = C$
3. Тело охлаждается от $80^\circ$ до $60^\circ$ за 30 минут. Через сколько минут тело охладится до $45^\circ$ , если температура окружающей среды $10^\circ$ ?	
4. $y - xy' = 1 + x^2 y'$	5. $\sqrt{y}(2\sqrt{x} - \sqrt{y})dx + xdy = 0$
6. а) $y' = \frac{x + y - 2}{3x - y - 2}$	6. б) $y' = \frac{3x - y + 1}{-6x + 2y - 4}$
7. $y' + y \int_0^t \frac{dx}{\cos^2 t} dt = \cos^2 x$	8. $2(y' + xy) = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = 2$
9. $2x(1 + \sqrt{x^2 - y})dx - \sqrt{x^2 - y}dy = 0$	10. $x = (y')^3 + y'$
11. $y'' + y'tgx = \sin 2x$	12. $y'' = 2y^3, y(0) = 0, y'(0) = 1$
13. $xyy'' + yy' - x(y')^2 = x^3$	14. $\{1, 1+x+x^2, 1+2x+x^2, 1+3x+x^2\}$
15. $k_{1,2,3} = 0; k_{4,5} = -3; k_{6,7} = -3 \pm 4i; k_8 = -5; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 3i$	
16. $y''' - 2y'' + y' = e^x + \int_1^x (2t^2 + \sin \pi t) dt + (x^2 e^{-3x} \cos x)' - 7x^2 e^x$	
17. $y'' + 7y' + 6y = \sin x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 0$	
18. $y'' - 2y' = e^{4x} \cos e^{2x},$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$	19. $x^2 y''' - 2y' = 0$

## Вариант 21

1. $y' = 4x - x^2 - y^2$	2. $y = C - e^{-x^2}$
3. В резервуаре находится 150 л. раствора 10% концентрации. Каждую минуту в резервуар вливается 2 л. воды и после перемешивания столько же раствора вытекает. Сколько соли останется в резервуаре через 4 минут?	
4. $\frac{dx}{x(y-1)} = \frac{dy}{y(x+2)}$	5. $y' = \frac{y+2\sqrt{xy}}{x}$
6. а) $y' = \frac{x+y-2}{2(x-1)}$	6. б) $y' = \frac{2x+y-3}{9x+3y+2}$
7. $y' + y(\sin x)' = \int_0^x \cos 2t dt$	8. $2xy' + y = xy^2, \quad y(1) = 2$
9. $(y^2 \sin 2x + 1)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$	10. $y = xy'(2 + y')$
11. $(y'')^2 = (y')^2 + 1$	12. $3y'y'' = 2y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$
13. $xy'' = 2yy' - y'$	14. $\{e^{4x}, x, e^{-x}, x^3\}$
15. $k_{1,2,3} = 2; k_{4,5} = 0; k_{6,7} = \pm 7i; k_8 = -3; k_{9,10} = k_{11,12} = 3 \pm 3i$	
16. $y''' + 10y'' + 16y' = \int_0^x (t^2 e^{-2t} + 4) dt + (2x^3 \cos 2x)' + e^x \sin x + 6x^4$	
17. $y'' - 5y' - 6y = 2e^{6x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$	
18. $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\sin x},$ $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$	19. $xy''' + y'' = 0$

## Вариант 22

1. $y' = x^2 + y^3$	2. $y = 1 - e^{Cx}$
3. Скорость истечения жидкости из сосуда через малое отверстие имеет вид $v = 0.6\sqrt{2gh}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием. Определить закон изменения количества жидкости в сосуде, имеющем форму цилиндра, высоту $H$ , радиус основания $R$	
4. $y' = \frac{y \ln^3 y}{\sqrt{x+1}}$	5. $x^2 + y^2 = 2xyy'$
6. а) $2y' = \frac{2x + y - 1}{x - 1}$	6. б) $y' = \frac{2x + y - 3}{4x + 2y + 6}$
7. $\frac{1}{2}(y' - y \operatorname{ctg} x) = \int_0^x (\sin t + t \cos t) dt$	8. $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3$ , $y(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
9. $(3x^2 - \frac{y^3}{3x^2})dx - (2y - \frac{y^2}{x})dy = 0$	10. $2xy' - y = \ln y'$
11. $y'' + 2x(y')^2 = 0$	12. $y'' + y'\sqrt{(y')^2 - 1} = 0$ , $y(\pi) = 0, y'(\pi) = -1$
13. $x^2yy'' + (y')^2 = 0$	14. $\{e^x, 1, e^{2x}, 2x^4\}$
15. $k_{1,2} = 3; k_3 = 0; k_{4,5,6} = -4; k_{7,8} = 1 \pm 6i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 5i$	
16. $y''' + 4y' = 2\sin^2 x + 3x^2 + \int_0^x t^2 e^{2t} dt + (x^2 e^x \cos 2x)'$	
17. $y'' - 8y' + 15y = xe^{3x}$ , $y(0) = y'(0) = 0$	
18. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^4}$ , $y(1) = 0, y'(1) = 0$	19. $(x+1)^2 y'' - 2(x+1)y' + 2y = x$

## Вариант 23

1. $y' = x^2 + y^2 - 4$	2. $y = \frac{C}{x+1}$
3. Из цилиндрического бака половина воды вытекает за 30 минут. Через какое время вся вода вытечет из этого бака? Скорость истечения жидкости $v = k\sqrt{h}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием	
4. $2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2}y' = 0$	5. $xy' - y(\ln y - \ln x) = 0$
6. а) $y' = \frac{x-3y+6}{2x+y-2}$	6. б) $y' = \frac{-2x-4y+3}{x+2y+2}$
7. $y' - 2y(\ln(3x+3))' = e^x(x+1)^2$	8. $dy = (y^2e^x - y)dx, \quad y(0) = -1$
9. $(2x+y)dx + (x+2y)dy = 0$	10. $y = x(y')^2 - 2(y')^3$
11. $xy''' = y'' - xy''$	12. $y'' = y' \ln y', \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$
13. $x^2((y')^2 - 2yy'') = y^2$	14. $\{1, x, \sin 2x, \cos 3x\}$
15. $k_1 = 6; k_{2,3,4} = 0; k_5 = -3; k_{6,7} = -2 \pm 3i; k_{8,9} = k_{10,11} = k_{12,13} = \pm 4i$	
16. $y''' + 7y'' + 12y' = \sin x + \int_0^x (e^{-3t} + t + 1) + (e^x \cos x)' - 4$	
17. $y'' - 2y' - 15y = 1 - x^2, \quad y(0) = y'(0) = 1$	
18. $y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}\sqrt{x}, \quad y(0) = e, \quad y'(0) = 0$	19. $x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 0$

## Вариант 24

1. $y' = y^2 - x$	2. $y = Ce^{x^3}$
3. Определить численность населения страны через 5 лет, считая скорость прироста населения пропорциональной текущей численности. Данные: 40 млн чел., прирост за первый год составил 13 %	
4. $xyy' = 1 + y^2$	5. $y = xy' - xe^{\frac{x}{y}}$
6. а) $y' = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 5}$	6. б) $y' = \frac{-x + 2y + 2}{-3x + 6y + 3}$
7. $y' - (\ln 2x)' y = 2 \int_0^x t dt$	8. $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 \sqrt[4]{y^3}$ , $y(1) = 1$
9. $(10xy - 8y + 1)dx + (5x^2 - 8x + 3)dy = 0$	10. $y = xy' - (2 + y')^2$
11. $(y'')^2 + y' = xy''$	12. $y'' = \frac{3}{2}y^2$ , $y(0) = 1$ , $y'(0) = -1$
13. $xy'' - y' = x^2yy'$	14. $\{5, 3x, \cos 2x, \sin 2x\}$
15. $k_{1,2,3} = 3; k_{4,5} = -2; k_{6,7} = 0; k_8 = 5; k_{9,10} = k_{11,12} = 2 \pm i$	
16. $y'' - 7y' + 6y = \sin x + \int_0^x te^t dt + 2x^2 + (e^{-x} \cos x + 2x - 3)'$	
17. $y'' + 2y' - 15y = 3e^{3x}$ , $y(0) = 1$ , $y'(0) = 0$	
18. $y'' + y = \frac{4}{\sin^3 x}$ , $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ , $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$	19. $(2x+1)^2 y'' - 4(2x+1)y' + 8y = -8x - 4$

## Вариант 25

1. $y' = y^2 + x$	2. $y - x = Ce^y$
3. Тело охлаждается от $90^\circ$ до $75^\circ$ за 30 минут. Через сколько минут тело охладится до $50^\circ$ , если температура окружающей среды $10^\circ$ ?	
4. $(x + xy^2)dx + (x^2y - y)dy = 0$	5. $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
6. а) $y' = \frac{6(y-1)}{5x+4y-9}$	6. б) $y' = \frac{2x-y-7}{-4x+2y+2}$
7. $y' + y \int_{\frac{\pi}{2}}^x \sin t dt = -\sin 2x$	8. $x \cos^2 xy' + 2y \cos^2 x = 2x\sqrt{y}$ , $y(2\pi) = 1$
9. $(3x^2 - 2y^2 + 6xy)dx + (-4xy + 3x^2 - 3y^2)dy = 0$	10. $xy' + y = 4\sqrt{y'}$
11. $(y'')^2 + xy'' = 2y'$	12. $y^3 y'' = 4(y^4 - 1)$ , $y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$
13. $xyy'' = y'(y + y')$	14. $\{1, \cos x, e^{-3x}, e^x\}$
15. $k_{1,2} = 5; k_3 = -1; k_{4,5,6,7} = 0; k_{8,9} = -3 \pm 3i; k_{10,11} = k_{12,13} = 1 \pm i$	
16. $y''' - 2y'' + 2y' = xe^x + \int_0^x (t^2 \sin t + 2t) dt + (e^{3x} \cos 2x)' - x^3 e^x$	
17. $y'' + 8y' + 15y = xe^x$ , $y(0) = 0, y'(0) = 1$	
18. $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$ , $y(1) = 0, y'(1) = 0$	19. $x^2 y'' - xy' + y = 6x \ln x$

## Вариант 26

1. $y' = -y^2 + x$	2. $y = C \sin x$
3. В резервуаре находится 100 л. раствора 10% концентрации. Каждую минуту в резервуар вливается 1 л. воды и после перемешивания столько же раствора вытекает. Сколько соли останется в резервуаре через 3 минут?	
4. $\cos x \sin y \, dy = \cos y \sin x \, dx$	5. $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$
6. а) $y' = \frac{x+6y-7}{8x-y-7}$	6. б) $y' = \frac{3x+y+4}{9x+3y+1}$
7. $y' + \int_0^x dx + y = (\ln x)' y$	8. $y' - \frac{1}{x} y = -y^2, \quad y(1) = -1$
9. $(y + \frac{2}{x^2})dx + (x - \frac{3}{y^2})dy = 0$	10. $2(y')^2(y - xy') = 1$
11. $y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x$	12. $yy'' = (y')^3, y(0) = 1, y'(0) = 1$
13. $xyy'' + x(y')^2 = yy'$	14. $\{x^2 - 1, x + 3, x^2, (1+x)^2\}$
15. $k_{1,2,3} = 0; k_4 = 2; k_{5,6} = -6; k_{7,8} = -2 \pm i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 7i$	
16. $2y'' + y' - y = 2e^x + 25x^2 + \int_1^x t \cos \pi t dt + (e^{-x} \sin 3x)' - 7x$	
17. $y'' + 8y' + 7y = e^{2x}(x-1), \quad y(0) = 0, y'(0) = 2$	
18. $y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x,$ $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	19. $x^2 y'' - xy' = -x + \frac{3}{x}$

## Вариант 27

1. $y' = x \sin y$	2. $x^2 + 2xy = C$
3. Скорость истечения жидкости из сосуда через малое отверстие имеет вид $v = 0.6\sqrt{2gh}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием. Определить закон изменения количества жидкости в сосуде верхнеполусферической формы, радиус основания <b>R/2</b>	
4. $y' = 2^{x+y} + 2^{x-y}$	5. $xy' = y + x \sin \frac{y}{x}$
6. а) $y' = \frac{y+2}{2x+y-4}$	6. б) $y' = \frac{-x-3y+2}{2x+6y+7}$
7. $y' + \frac{y}{x} = x(\ln^2 x)' + 1$	8. $x^3 y^2 y' + x^2 y^3 = 1, \quad y(1) = 2$
9. $(2x - ye^{-x})dx + e^{-x}dy = 0$	10. $xy' - y = \ln y'$
11. $(y'')^2 = y'''$	12. $y(y'')^2 = 1,$ $y(0) = 1, y'(0) = -2$
13. $x^2 yy'' = (y - xy')^2$	14. $\{1, x, x^2, \cos^2 x\}$
15. $k_{1,2,3} = 4; k_{4,5,6} = 0; k_{7,8} = 1 \pm 5i; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm 8i; k_{13} = -3$	
16. $y'' + 4y' + 29y = 4x^3 + (xe^{-2x} \sin 5x)' + x^2 e^{4x} + \int_0^x (t-1 + \cos t) dt + 5x$	
17. $y'' + 9y' + 14y = 7x - x^2, \quad y(0) = 2, y'(0) = 1$	
18. $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x^2 + 1},$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' + xy' + y = 2 \sin \ln x$



## Вариант 28

1. $y' = y \sin x$	2. $x^2 - xy + y^2 = C$
3. Из цилиндрического бака половина воды вытекает за 35 минут. Через какое время вся вода вытечет из этого бака? Скорость истечения жидкости $v = k\sqrt{h}$ , где $h$ – высота столба жидкости над отверстием	
4. $xy' - \frac{y}{\ln x} = 0$	5. $y' = \frac{xy + y^2}{2x^2 + xy}$
6. а) $y' = \frac{x - 2y + 2}{x - 4y + 4}$	6. б) $y' = \frac{3x - 2y - 4}{6x - 4y + 3}$
7. $y'(x+1) = 2y - 4 \int_{-1}^x (t+1)^3 dt$	8. $y' + 2xy = 2xy^3, y(0) = 1$
9. $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0$	10. $(y')^2 = 3(xy' - y)$
11. $y''(1 + e^x) + y' = 0$	12. $2yy'' = 1 + (y')^2,$ $y(0) = 5, y'(0) = -2$
13. $yy'' - (y')^2 = \frac{yy'}{\sqrt{1+x^2}}$	14. $\{(1+x)^3, 3x+1, x^2, x^3\}$
15. $k_{1,2} = -7; k_3 = 0; k_{4,5} = 2; k_{6,7} = \pm 3i; k_{8,9} = k_{10,11} = k_{12,13} = 1 \pm 2i$	
16. $y''' - 2y'' + 10y' = 5x \sin 3x + (xe^{3x} \sin x)' + \int_0^x (te' + 25) dt + \cos 3x$	
17. $y'' - 6y' - 16y = 4e^{2x}, y(0) = 0, y'(0) = 1$	
18. $y'' - y' = e^{3x} \sqrt{e^{-2x} - 1},$ $y(0) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 0$	19. $x^2 y'' + xy' - y = 0$

## Вариант 29

1. $y' = 3x - 2y$	2. $y = \frac{C}{x^2}$
3. Определить численность населения страны через 7 лет, считая скорость прироста населения пропорциональной текущей численности. Данные: 150 млн чел., прирост за первый год составил 11 %	
4. $y' \sin x - (2y + 1) \cos x = 0$	5. $xy' - y + xe^{\frac{x}{2}} = 0$
6. а) $y' = \frac{x + 3y - 3}{2x - y + 1}$	6. б) $y' = \frac{-2x + 5y + 2}{4x - 10y + 3}$
7. $y'(1 + x^2) - 2xy = \frac{1}{2x} \left( (x^2 + 1)^3 \right)'$	8. $xy' + y = \frac{y^2 \ln x}{2}, \quad y(1) = 2$
9. $(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y}) dy + (\sin y - y \sin x + \frac{1}{x}) dx = 0$	10. $y = 2xy' - 4(y')^2$
11. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$	12. $2yy'' + (y')^2 + (y')^3 = 0,$ $y(0) = 4, y'(0) = 1$
13. $xyy'' - x^2 (y')^2 + yy' = 0$	14. $\{1, e^x, x^2, (2+x)^2\}$
15. $k_1 = -1; k_{2,3,4,5} = 0; k_{6,7} = 3 \pm 4i; k_{8,9} = -2; k_{10,11} = k_{12,13} = \pm 4i$	
16. $y'' + 4y' + 29y = x \sin 3x + \int_0^x (t^2 e^{-2t} + 4) dt + \cos 3x + (e^{3x} \cos x)'$	
17. $y'' + 7y' - 8y = e^x(x+3), \quad y(0) = y'(0) = 0$	
18. $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^2 + 1},$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	19. $x^2 y''' - 3xy'' + 3y' = 0$

## Вариант 30

1. $y' = 1 - 3x + y$	2. $y = (x + C)e^x$
3. Тело охлаждается от $100^\circ$ до $80^\circ$ за 30 минут. Через сколько минут тело охладится до $40^\circ$ , если температура окружающей среды $10^\circ$ ?	
4. $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$	5. $x^3 y' = xy^2 - yx^2$
6. а) $y' = \frac{x + 5y - 6}{7x - y + 6}$	6. б) $y' = \frac{3x - y + 3}{-6x + 2y - 1}$
7. $(y' - y) \cdot \left(\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)\right)' = e^x$	8. $(x+1)y' - 2y = y^2(x+1)^5, y(0) = -7$
9. $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$	10. $y = xy' - (y')^2$
11. $x^2 y'' = (y')^2$	12. $2yy'' = 3(y')^2 + 4y^2 = 0,$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$
13. $x^2 y'' - 3xy' + 4y + x^2 = 0$	14. $\{1, 1 + x + x^2, x^2, 4x^2 - 3\}$
15. $k_{1,2,3} = 0; k_{4,5} = 3; k_{6,7} = -1 \pm 2i; k_8 = 7; k_{9,10} = k_{11,12} = \pm i$	
16. $y''' + 9y' = xe^{-3x} + (2x + \sin 3x)' + \int_0^x t \cos 3t dt + 4x^2$	
17. $y'' + 11y' + 30y = \sin 2x,$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$	
18. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sqrt{x+2},$ $y(-2) = 0, y'(-2) = e^2$	19. $(x+2)^2 y'' + 3(x+2)y' - 3y = 0$

## Расчетно-графическая работа. II часть

### Задания

1. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений: а) методом исключения; б) матричным методом.
2. Решить систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений: а) методом исключения; б) методом вариации произвольных постоянных.

#### Вариант 1

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y + 2z \\ \dot{y} = 5x - 7y + 3z \\ \dot{z} = 6x - 9y + 4z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -2x - 6y + te^{3t} \\ \dot{y} = 2x + 5y \end{cases}$$

#### Вариант 2

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x - 3y + 4z \\ \dot{y} = 4x - 7y + 8z \\ \dot{z} = 6x - 7y + 7z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -5x - 6y + 4e^{5t} \\ \dot{y} = 2x + 2y - 1 \end{cases}$$

#### Вариант 3

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 3x + 8z \\ \dot{y} = 3x - y + 6z \\ \dot{z} = -2x - 5z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y + 4e^{-2t} \\ \dot{y} = -12x + 6y + 1 \end{cases}$$

#### Вариант 4

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 4x + 6y \\ \dot{y} = -3x - 5y \\ \dot{z} = -3x - 6y + z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = x + te^{-2t} \\ \dot{y} = 12x + 5y - e^{-2t} \end{cases}$$

#### Вариант 5

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y - 3z \\ \dot{y} = 4x + 10y - 12z \\ \dot{z} = 3x + 6y - 7z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = y + e^t \sin 2t \\ \dot{y} = -2x + 3y \end{cases}$$

**Вариант 6**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x + y - z \\ \dot{y} = -3x - 3y + 3z \\ \dot{z} = -2x - 2y + 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = y + t \cos 3t \\ \dot{y} = -x + 2y - t \sin 3t \end{cases}$$

**Вариант 7**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 6y - 15z \\ \dot{y} = x + y - 5z \\ \dot{z} = x + 2y - 6z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 6x - 4y + t \\ \dot{y} = 8x - 6y + 4 \end{cases}$$

**Вариант 8**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y - z \\ \dot{y} = -4x + 3y - 2z \\ \dot{z} = -4x + 4y - 3z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -2x + 3y + e^t \\ \dot{y} = -6x + 7y - te^t \end{cases}$$

**Вариант 9**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -4x + 4y \\ \dot{z} = -2x + y + 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2x + t \sin t \\ \dot{y} = 3x + 3y - \cos t \end{cases}$$

**Вариант 10**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 4x - 21y + 13z \\ \dot{y} = x - 4y + 2z \\ \dot{z} = 2y - 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -x + te^t \\ \dot{y} = 9x + 2y - e^t \end{cases}$$

**Вариант 11**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -2x + 8y + 6z \\ \dot{y} = -4x + 10y + 6z \\ \dot{z} = 4x - 8y - 4z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -3x + 4y + 2 \\ \dot{y} = -8x + 9y - 2t^2 \end{cases}$$

**Вариант 12**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 7y + 5z \\ \dot{y} = x - 2y + z \\ \dot{z} = 2y - 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -x + 5y - 5 \cos 2t \\ \dot{y} = -x + 3y + 3 \sin 2t \end{cases}$$

**Вариант 13**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y + z \\ \dot{y} = x + 2y + z \\ \dot{z} = -2x - 3y - z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -7x - 12y + 7 \cos t \\ \dot{y} = 2x + 3y + 2 \sin t \end{cases}$$

**Вариант 14**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -3x + 7y + 3z \\ \dot{y} = 4x - 9y - 6z \\ \dot{z} = -8x + 18y + 11z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y + 4e^{-t} \\ \dot{y} = -13x + 6y + 6te^{-t} \end{cases}$$

**Вариант 15**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2z \\ \dot{y} = 6x - 4y + 4z \\ \dot{z} = 4x - 4y + 5z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 8x - 3y + 3 \cos 2t \\ \dot{y} = 18x - 7y - 2 \sin 2t \end{cases}$$

**Вариант 16**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 4x + 5y - 2z \\ \dot{y} = -2x - 2y + z \\ \dot{z} = -x - y + z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y \\ \dot{y} = y + t^2 e^t \end{cases}$$

**Вариант 17**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -7x + 11y - 3z \\ \dot{y} = -4x + 7y - 2z \\ \dot{z} = 2y - z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -x - 2y + e^t \sin t \\ \dot{y} = -2y + 2e^t \cos t \end{cases}$$

**Вариант 18**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 4x - 2y + 2z \\ \dot{y} = -5x + 7y - 5z \\ \dot{z} = -6x + 6y - 4z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 3x - 10y - 5 \cos t \\ \dot{y} = 2x - 5y + \sin t \end{cases}$$

**Вариант 19**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y + 10z \\ \dot{y} = -4x + 3y + 7z \\ \dot{z} = -3x + y + 7z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 8x + 12y + t \\ \dot{y} = -4x - 6y - 5 \end{cases}$$

**Вариант 20**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -2x + 8y + 6z \\ \dot{y} = -4x + 10y + 6z \\ \dot{z} = 4x - 8y - 4z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 6x + 12y - 4 \sin 2t \\ \dot{y} = -2x - 4y + \cos 2t \end{cases}$$

**Вариант 21**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 6x - 9y + 5z \\ \dot{y} = 7x - 13y + 8z \\ \dot{z} = 8x - 17y + 11z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 4x + 6y + t \\ \dot{y} = -x - y - t^2 \end{cases}$$

**Вариант 22**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 7x - 12y - 2z \\ \dot{y} = 3x - 4y \\ \dot{z} = -2x - 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -x + 2y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = -4x + 5y - 5e^{3t} \end{cases}$$

**Вариант 23**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 3y + 3z \\ \dot{y} = -x + 8y + 6z \\ \dot{z} = 2x - 14y - 10z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = x + y + 8e^t \\ \dot{y} = -2x + 4y - e^t \end{cases}$$

**Вариант 24**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = 2y \\ \dot{z} = -2x - 2y - z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -6x - 5y + \sin t \\ \dot{y} = 10x + 8y - 2 \cos t \end{cases}$$

**Вариант 25**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 13x + 16y + 16z \\ \dot{y} = -5x - 7y - 6z \\ \dot{z} = -6x - 8y - 7z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2x + t \sin 2t \\ \dot{y} = -15x - 3y - \cos 2t \end{cases}$$

**Вариант 26**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -x + y + z \\ \dot{y} = -5x + 21y + 17z \\ \dot{z} = 6x - 26y - 21z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -5x - 12y + t^2 \\ \dot{y} = 2x + 5y - 2t - 3 \end{cases}$$

**Вариант 27**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -8x + 14y - 30z \\ \dot{y} = 2x - 3y + 7z \\ \dot{z} = 3x - 5y + 11z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2x + te^t \\ \dot{y} = -12x - 2y - te^t \end{cases}$$

**Вариант 28**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = x + 2y + z \\ \dot{z} = -x + z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -x + 4y - \sin 2t \\ \dot{y} = y + t \cos 2t \end{cases}$$

**Вариант 29**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 6x + y - 10z \\ \dot{y} = -x + 2z \\ \dot{z} = 4x - 7z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 7x + 12y + 3e^{-2t} \\ \dot{y} = -4x - 7y - 4e^{-2t} \end{cases}$$

**Вариант 30**

$$1. \begin{cases} \dot{x} = 5x - 6y \\ \dot{y} = 3x - 4y \\ \dot{z} = 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y + 2t \cos t \\ \dot{y} = -13x + 6y - \sin t \end{cases}$$



**Библиографический список**

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. М.: Наука (любое издание). 443 с.
2. Бухенский К. В., Маслова Н. Н. Краткий курс математики.
3. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2004. 654 с.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по курсу математического анализа. М.: Наука (любое издание). 624 с.
5. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1-й курс. 3-е изд. М.: Айрис-пресс, 2004. 576 с.
6. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. Пособие. СПб.: Изд. «Лань» (любое издание). 432 с.
7. Опорные конспекты по высшей математике. Часть 2: учеб. пособие / К.В. Бухенский, Н.В. Елкина, Н.Н. Маслова, К.А. Ципоркова; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань, 2010. 240 с.
8. Пискунов В.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов. М.: Наука (любое издание). Т.1. 543 с.
9. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. 2-е изд. М.: Айрис-пресс, 2004. 608 с.

## Оглавление

Введение .....	1
Расчетно-графическая работа. I часть .....	2
Вариант 1 .....	4
Вариант 2 .....	5
Вариант 3 .....	6
Вариант 4 .....	7
Вариант 5 .....	8
Вариант 6 .....	9
Вариант 7 .....	10
Вариант 8 .....	11
Вариант 9 .....	12
Вариант 10 .....	13
Вариант 11 .....	14
Вариант 12 .....	15
Вариант 13 .....	16
Вариант 14 .....	17
Вариант 15 .....	18
Вариант 16 .....	19
Вариант 17 .....	20
Вариант 18 .....	21
Вариант 19 .....	22
Вариант 20 .....	23
Вариант 21 .....	24
Вариант 22 .....	25
Вариант 23 .....	26
Вариант 24 .....	27
Вариант 25 .....	28
Вариант 26 .....	29
Вариант 27 .....	30
Вариант 28 .....	31
Вариант 29 .....	32
Вариант 30 .....	33
Расчетно-графическая работа. II часть .....	34
Библиографический список .....	39