

4318

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Методические указания
к самостоятельной работе

Рязань 2010

УДК 539

Дифракция света: методические указания к самостоятельной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А.П. Соколов. – Рязань, 2010. – 16 с.

Излагаются элементы теории, связанные с явлением дифракции света. Приведены вопросы для самоконтроля и список литературы.

Предназначены для студентов всех специальностей дневной и заочной форм обучения, изучающих курс физики.

Ил. 11. Библиогр.: 3 назв.

Дифракция, дифракционная решетка, дисперсия, разрешающая способность

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ
(зав. кафедрой проф. Б.И. Колотилин)

Дифракция света

Составитель Соколов Александр Павлович

Редактор М.Е. Цветкова
Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 19.03.10. Формат бумаги 60 × 84 1/16.

Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,0.

Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

Под дифракцией света понимают всякое отклонение от прямолинейного распространения света, если оно не может быть истолковано как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления. Если в среде имеются мельчайшие частицы постороннего вещества или показатель преломления заметно меняется на расстояниях порядка длины волны, то в этих случаях говорят о рассеянии света и термин «дифракция» не употребляется. Иными словами, *дифракция света* – это совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью (например, при прохождении через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел). Явление легко наблюдается для длинно-волновых объектов – звуковых и радиоволн, играет важную роль в области видимого света и рентгеновских лучей. Различают дифракцию Френеля в расходящихся лучах и дифракцию Фраунгофера в параллельных лучах.

Между интерференцией и дифракцией **нет существенного различия**. Оба явления заключаются в *перераспределении энергии потока волн в результате суперпозиции*. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбужденных конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть **интерференцией волн**. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, распределенными в пространстве непрерывно, принято называть **дифракцией волн**.

Природа и основные качественные закономерности дифракции света могут быть установлены с помощью принципа Гюйгенса - Френеля, который состоит из двух частей.

1. **Принцип Гюйгенса:** каждая точка, до которой доходит световое колебание, является источником вторичных волн. Предложен в 1690 г. Гюйгенсом и рассматривается как простой способ нахождения волновой поверхности или волнового фронта в момент времени $t + \Delta t$, если известно их положение в момент времени t . Отсюда источник волн можно заменить системой фиктивных источников, возбуждающих вторичные волны. Этими источниками могут служить малые участки dS волновой поверхности, в частности, в случае точечного источника – участки dS сферической поверхности (см. рис. 1).

В случае точечного источника света волновые поверхности вторичных волн представляют собой систему концентрических сфер, в случае плоского источника – систему параллельных плоскостей.

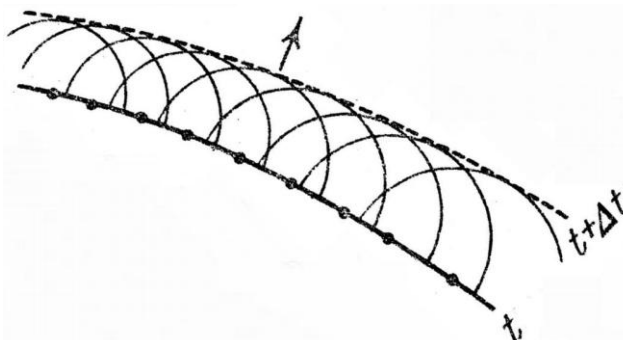


Рис. 1

Однако принцип Гюйгенса не дает никаких указаний об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Во всех применениях вторичные волны Гюйгенса выступают не как реальные волны, а как *вспомогательные сферы*, используемые для построения волновых фронтов. Эти сферы, построенные из точек волнового фронта как из центров, проявляют свое действие *только на огибающей*, которая и дает новое положение волнового фронта. Кроме этого, оставалось неясным, почему при распространении волны *не возникает обратная волна*.

2. Добавление Френеля: *вторичные источники света являются когерентными, причем мощность всех вторичных источников одинакова. Поэтому результирующее колебание в точке наблюдения P – результат интерференции всех вторичных волн* (см. рис. 2). Таким образом, дифракция света – *интерференционный эффект*; только, если интерференция света обусловлена конечным числом источников, то дифракция – их непрерывным распределением. Принцип Гюйгенса – Френеля не связан с конкретной физической природой волн и применим как для упругих волн, так и для электромагнитных (световых) волн.

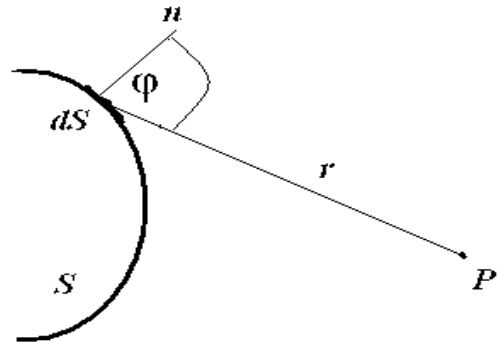


Рис. 2

По теории Френеля, свет должен наблюдаться во всех местах пространства, где при интерференции вторичные волны усиливаются; в тех же местах, где они взаимно гасят друг друга, должна наблюдаться темнота. При этом становится понятным физический смысл огибающей. К огибающей все вторичные волны приходят в одинаковых фазах, и их интерференция приводит к большей интенсивности света. Вторичные волны, идущие от волнового фронта вперед, вступают в свободное от возмущений пространство. Они интерферируют только друг с другом. Напротив, вторичные волны, идущие назад, вступают в пространство, где есть уже волновое возмущение – прямая волна. При интерференции вторичные волны гасят прямую волну, так что после прохождения волны пространство за ней оказывается невозмущенным.

С помощью усовершенствованного им принципа Френелю удалось дать удовлетворительное объяснение ряда дифракционных явлений, а также устранить одно из основных затруднений волновой теории света – показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейным распространением света.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные пучки, говорят о **дифракции Фраунгофера** или о **дифракции в параллельных лучах**. В противном случае говорят о **дифракции**

Френеля. Принцип Гюйгенса - Френеля позволяет проанализировать все основные дифракционные явления. Поскольку точек фронта, являющихся когерентными источниками новых волн, бесчисленное множество, то расчет интерференции в принципе сводится к довольно громоздкому интегрированию. Для упрощения этого интегрирования Френелем был предложен изящный метод, основанный на разбиении волновой поверхности на кольцевые участки (зоны Френеля). Для этого он предложил провести ряд сфер с центрами в точке P и радиусами, соответственно равными:

$$b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, b + 3\frac{\lambda}{2}, \dots b + m\frac{\lambda}{2}.$$

Расстояние от соседних зон до точки наблюдения P при этом будет отличаться на половину длины волны $\lambda/2$. Тем самым фронт волны разобьется на ряд кольцевых зон. Волны, приходящие в точку P от точек каждой последующей зоны, сдвинуты по отношению к волнам, приходящим от соответствующих точек предыдущей зоны на $\lambda/2$, т. е. находятся в противоположных фазах, и их амплитуды при интерференции вычитаются.

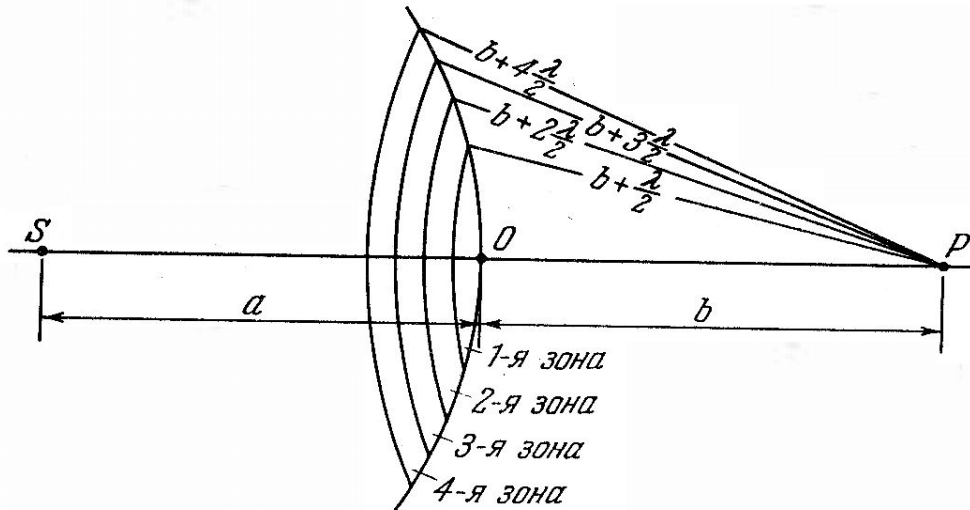


Рис. 3

Элементарный расчёт показывает, что при разбиении сферического волнового фронта на зоны Френеля площадь всех зон с точностью до $(\lambda/2)^2$ одинаковы. Для доказательства последнего используем рис. 4.

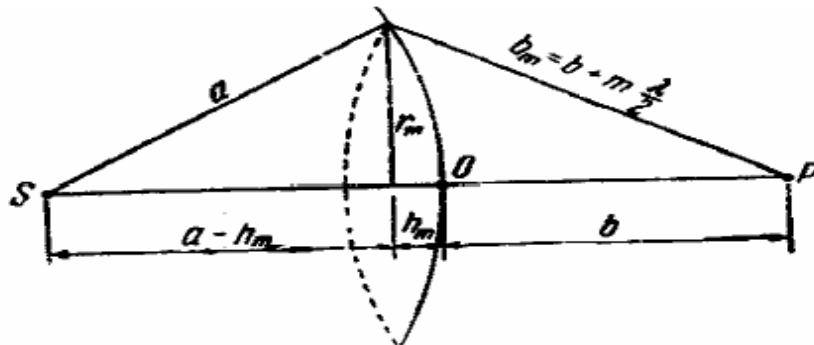


Рис. 4

Найдем площади зон. Как видно из рис. 4, внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой h_m . Пусть площадь этого сегмента будет равна S_m . Тогда площадь m -й зоны можно представить в виде

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где S_{m-1} – площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны. Если принять, что a – радиус волновой поверхности, r_m – радиус внешней границы m -й зоны, то:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (1)$$

Возведя скобки в квадрат, получим:

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a+b)}. \quad (2)$$

Ввиду малости λ можно пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . В этом случае

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (3)$$

Площадь сферического сегмента равна

$$S = 2\pi R h, \quad (4)$$

где R – радиус сферы, h – высота сегмента. Следовательно:

$$S_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b}{a+b} m \lambda. \quad (5)$$

Но тогда площадь m -й зоны

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}. \quad (6)$$

Как видно, полученное выражение не зависит от номера зоны m . Это означает, что при не слишком больших m площади зон Френеля примерно одинаковы.

Амплитуда колебаний A в точке P равна сумме колебаний от всех зон Френеля $A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$, т.е. образует знакопеременный ряд, члены которого монотонно убывают при увеличении номера зоны. Изменение знака членов ряда обусловлено изменением фазы колебаний между чётными и нечётными зонами на величину π . Уменьшение амплитуды A_m с ростом номера зоны m , согласно предположению Френеля, связано с уменьшением вклада колебаний поля световой волны в точке наблюдения P , приходящих от зон, которые дальше отстоят от центральной зоны (см. рис. 2).

Пусть S на рис. 2 представляет собой одну из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Амплитуда светового колебания в точке P , лежащей перед этой поверхностью, может быть согласно Френелю найдена из следующих соображений. Каждый элемент поверхности служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS . Амплитуда сферической

волны в точке P (A_P) убывает с расстоянием r от источника по закону $1/r$. Кроме того, с ростом r увеличивается угол φ , а, так как амплитуда в точке P меняется по закону $A_P \sim \cos\varphi$, то с ростом r и φ наблюдается монотонное убывание амплитуды колебания в точке P . При полностью открытом волновом фронте выражение для амплитуды A можно представить в виде

$$A = A_1/2 + (A_1/2 - A_2 + A_3/2) + (A_3/2 - A_4 + A_5/2) + \dots$$

Сумма членов в скобках приблизительно равна нулю, поэтому $A = A_1/2$. Иными словами, амплитуда, создаваемая в некоторой точке P всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Поэтому свет распространяется от S к P как бы *внутри узкого прямого канала*, т. е. **прямолинейно**. Если круглое отверстие открывает m зон Френеля, то $A = A_1/2 - A_m/2$ при чётном m и $A = A_1/2 + A_m/2$ при нечётном m .

Из равенства (1) можно легко найти радиусы зон. Если число зон не очень велико, то высота сегмента $h_m \ll a$ и можно считать, что $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив значение h_m из (3), можно получить выражение для радиуса внешней границы m -й зоны:

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \quad (7)$$

где a – расстояние от точечного источника до центральной зоны, b – расстояние от центральной зоны до точки P .

Условием наблюдения дифракции является сравнимость размеров препятствия на пути световой волны с размерами первой зоны Френеля. Если в пределах препятствия укладывается относительно небольшое число зон Френеля, то это является необходимым и достаточным условием получения дифракционной картины.

Различают две области наблюдения дифракции: область дифракции Френеля и область дифракции Фраунгофера. Дифракция Френеля наблюдается в ближней зоне, то есть при таком расстоянии от препятствия b до точки

наблюдения P , когда характерный размер препятствия $\rho \geq r_1 = \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}$.

Если фронт падающей на препятствие световой волны является плоским, что соответствует $a \rightarrow \infty$, то согласно выражению (1) с учетом $h_m \rightarrow 0$ можно получить

$$r_m = (bm\lambda)^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

а область дифракции Фраунгофера начинается при

$$b \geq \frac{\rho^2}{\lambda}.$$

Выполнение этого условия означает, что при удалении экрана, на котором наблюдается дифракция, на расстояние, большее чем b , в характерном размере препятствия ρ укладывается меньше одной зоны Френеля. Дифракци-

онная картина при этом образуется в результате суперпозиции практически плоских (квазиплоских) волн, приходящих в область наблюдения под различными углами.

Как уже было сказано выше, колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке наблюдения P резко возрастает. Такая пластинка называется *зонной пластинкой*. Она действует подобно собирающей линзе.

Рассмотрим дифракцию света от круглого отверстия. Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием радиуса r_0 . Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света S , попал в центр отверстия (рис. 5, а). На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку P . Здесь a равно расстоянию от источника S до преграды, а b – расстоянию от преграды до точки P . Если расстояния a и b удовлетворяют условию

$$r_0 = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \quad (9)$$

где m – целое число, то отверстие оставит открытым ровно m первых зон Френеля. Следовательно, число открытых зон Френеля легко определяется из соотношения

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (10)$$

Амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (11)$$

Если m нечетное, то перед A_m берется знак плюс, а если m четное, то берется знак минус. Так как амплитуды двух соседних зон практически одинаковы, то при малых m амплитуда A_m мало отличается от A_1 .

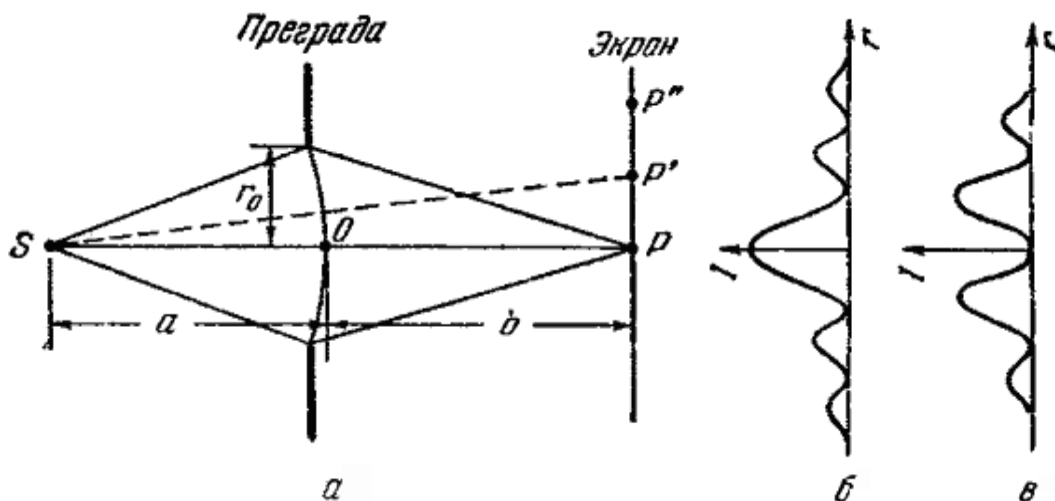


Рис. 5

Следовательно, *при нечетных m амплитуда в точке P будет приблизительно равна A_1 (т. е. будет наблюдаться максимум интенсивности), а при четных m – нулю (минимум интенсивности)* (см. рис. 5, б, в). Если убрать преграду (т.е. экран), то амплитуда в точке P станет равной $A_1/2$. Таким образом, экран с отверстием не только не ослабляет освещенность в точке P , но, напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза (интенсивности же – в четыре раза). Однако это справедливо для случая достаточно малых m .

Если отверстие открывает не более одной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; чередование светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

Таким образом, *дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид чередующихся светлых и темных concentрических колец. В центре картины будет наблюдаться либо светлое (m нечетное), либо темное (m четное) пятно.*

Ход интенсивности I с расстоянием r от центра дифракционной картины изображен на рис. 5, б (для нечетного m) и на рис. 5, в (для четного m). При перемещении экрана параллельно самому себе вдоль прямой SP картины, изображенные на рис. 5, б, и 5, в, будут сменять друг друга (согласно (10) при изменении b значение m становится то нечетным, то четным).

Если центральные зоны Френеля закрываются круглым непрозрачным диском, то дифракционная картина также имеет вид чередующихся светлых и темных concentрических колец, но в *центре картины помещается светлое пятно*. Рассмотрим это на рис. 6. Если диск закроет m первых зон Френеля, то амплитуда в точке P будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = A_{m+1}/2 + (A_{m+1}/2 - A_{m+2} + A_{m+3}/2) + \dots \quad (12)$$

Выражение, стоящее в скобках, можно считать равным нулю. Следовательно,

$$A = A_{m+1}/2. \quad (13)$$

Характер дифракционной картины, получающейся на экране, расположенном в точке P перпендикулярно к линии SP , представлен на рис. 6, б. Очевидно, что интенсивность света может зависеть только от расстояния r от центра картины P . При небольшом числе закрытых зон A_{m+1} мало отличается от A_1 . Поэтому в точке P интенсивность будет почти такая же, как при отсутствии преграды между S и P .

Рассмотрим дифракцию плоской волны на узкой и бесконечно длинной щели, образованной двумя непрозрачными экранами, расстояние между которыми равно b . Это явление носит название **дифракции Фраунгофера от щели**.

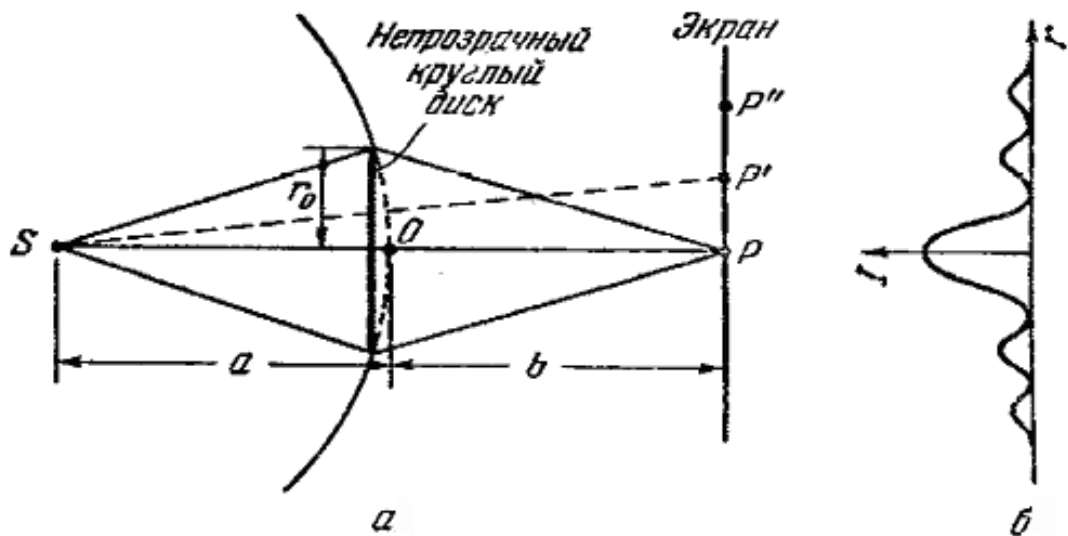


Рис. 6

Согласно условиям дифракции Фраунгофера дифракционная картина наблюдается на экране при его достаточно большом удалении от щели. Поэтому точка наблюдения P настолько удалена от щели, что лучи, идущие под углом дифракции φ и сходящиеся в точке наблюдения P , практически могут считаться параллельными. Математически задача дифракции в этом случае решается как дифракция плоских волн. Суперпозиция этих волн, распространяющихся под различными углами φ , образует на экране дифракционную картину.

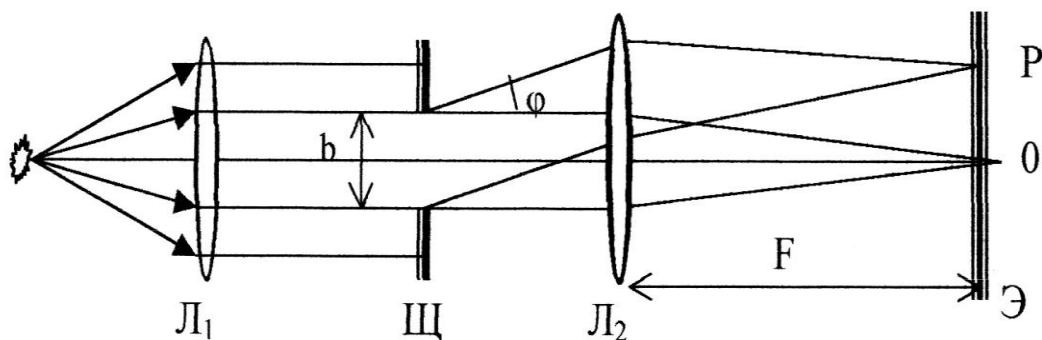


Рис. 7

Дифракция плоских волн может наблюдаться и на небольшом расстоянии от щели, если после щели поместить собирающую линзу, в фокальной плоскости находится экран (рис. 7). Излучение точечного источника превращается линзой L_1 в плоскую волну, которая проходит через щель $Щ$. Линза L_2 собирает в различных участках своей фокальной плоскости все лучи, прошедшие через щель, в том числе и отклонившиеся на угол φ от первоначального направления.

Найдём распределение интенсивности света в дифракционной картине на экране Э. Выделим элементарную полоску шириной dx , расположенную на расстоянии x от края щели (см. рис. 8), т.е. от точки 0. Каждая полоска в плоскости щели создаёт поле световой волны $dE_0 = cdx \cos \omega t$, где c – постоянная величина, ω – частота.

Если амплитуду световой волны, падающей на щель, обозначить E_0 , то очевидно, что $E_0 = \int_0^b cdx = cb$. Следовательно,

$$dE_0 = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t. \quad (14)$$

Участок щели dx посылает в направлении, определяемом углом φ , плоскую волну с запаздыванием по фазе на $k\Delta = kx \sin \varphi$ относительно левого края щели, т.е.

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx, \quad (15)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

Вследствие когерентности возмущений от всех полосок нахождение результирующей амплитуды в произвольной точке P сводится к решению задачи интерференции, т.е. сложению колебаний от всех полосок с учётом амплитуды и фазы.

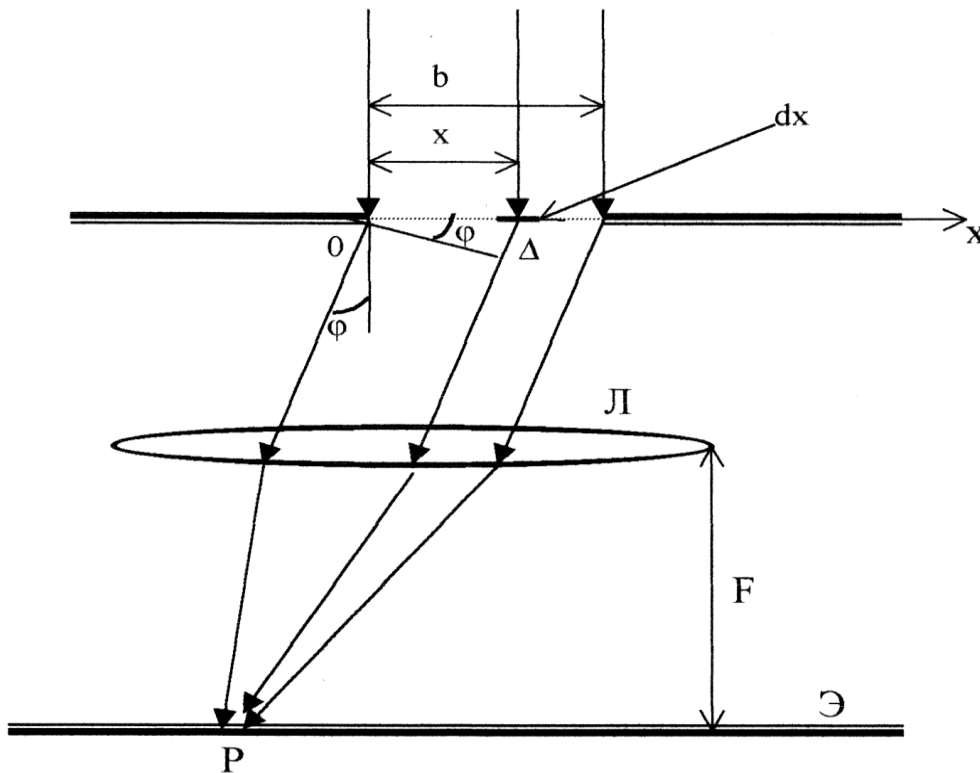


Рис. 8

Отметим, что линза L (рис. 8) дополнительной разности фаз не вносит. Проинтегрируем выражение (15) по всей ширине щели от 0 до b :

$$E = \int_0^b dE_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{kb}{2} \sin \varphi\right). \quad (16)$$

Амплитуда результирующей волны в точке P определяется членами, не зависящими от времени в выражении (16), т.е.

$$E_P = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi}. \quad (17)$$

Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы имеет вид:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)^2}. \quad (18)$$

Из выражения (18) следует, что при

$$\frac{kb}{2} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = n\pi, \quad (19)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$, освещённость равна нулю. Условие

$$b \sin \varphi = \pm n\lambda \quad (20)$$

определяет угловое положение минимумов при дифракции Фраунгофера на щели.

Наибольший максимум имеет место, когда

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = 0, \text{ т. е. } \varphi=0; \text{ при этом } I_\varphi = I_0.$$

Следующие максимумы значительно уступают по абсолютной величине главному. График функции вида $I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$, где $u = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$ показан на рис. 9. Как следует из формулы (18), максимальные значения интенсивности света быстро убывают с увеличением угла дифракции φ . Расчёт по формуле (18) показывает, что соотношение максимумов интенсивности разных порядков имеет вид: $I_0 : I_1 : I_2 = 1 : 0,047 : 0,017$.

Следовательно, основной световой поток сконцентрирован в пределах центрального дифракционного максимума, определяемого значениями

$$\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{b}. \quad (21)$$

На явлении дифракции основана работа дифракционной решетки.

Одномерной дифракционной решеткой называется система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделённых равными по ширине непрозрачными промежутками.

Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решётке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т.е. в дифракционной решетке осуществляется *многолучевая интерференция* когерентных *дифрагированных* пучков света, идущих от всех щелей.

Дифракционная картина на решётке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т.е. в дифракционной решетке осуществляется *многолучевая интерференция* когерентных *дифрагированных* пучков света, идущих от всех щелей.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Определим условия, при которых в данной точке бесконечно удалённого экрана наблюдается максимум интенсивности света. Зададим угол дифракции φ_m (рис.10), который определяет избранное направление наблюдения.

Пусть a – ширина щели, b – ширина промежутка между щелями, $d=(a+b)$ – постоянная решётки.

Если перпендикулярно к поверхности решётки падает свет с длиной волны λ , то, как следует из рис. 10, лучи, идущие под углом φ_m к первоначальному направлению от соответствующих мест каждой из щелей, обладают разностью хода $\Delta = d \sin \varphi_m$ (1-й и 2-й лучи), $2d \sin \varphi_m$ (1-й и 3-й лучи) и т.д. В тех направлениях, для которых эта разность хода равна целому числу длин волн, т.е. выполняется условие $d \sin \varphi_m = m\lambda$, наблюдаются максимумы интенсивности. Направление на эти максимумы определяется выражением

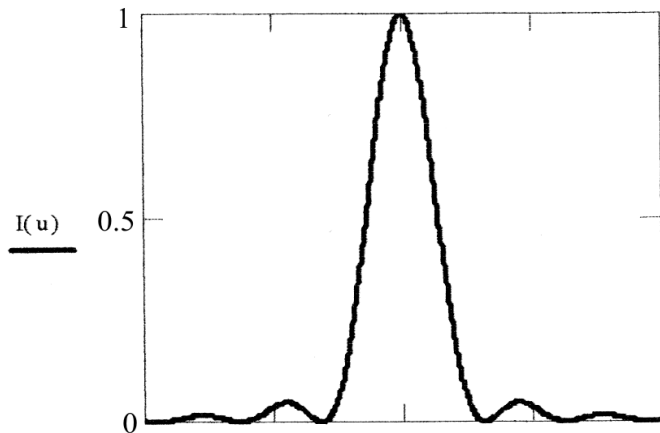


Рис. 9

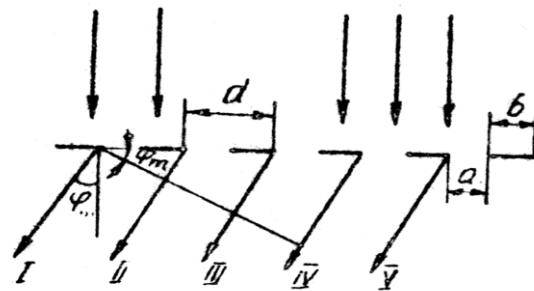


Рис. 10

$$\sin \varphi_m = \frac{m\lambda}{d}$$

или

$$d \sin \varphi_m = m\lambda, \quad (22)$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок спектра главных максимумов дифракционной картины. Выражение (22) можно получить еще более простым способом. Для этого вспомним, что для получения интерференционного максимума необходимо выполнить условие, при котором разность фаз между интерферирующими лучами должна быть равна

$$\delta = 2\pi m. \quad (23)$$

С другой стороны,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (24)$$

Приравнявая (23) и (24), легко получить (22). Зависимость угла дифракции от длины волны λ определяет возможности решетки разлагать свет в спектр.

Если излучение имеет сложный спектральный состав, то максимумы интенсивности для различных длин волн пространственно разделяются, т.е. образуется дифракционный спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу. Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы.

Качество спектров, получаемых с помощью дифракционных решеток, определяется их основными характеристиками – угловой дисперсией и разрешающей способностью.

Угловая дисперсия D_φ характеризует способность спектрального прибора пространственно разделять световые пучки различных длин волн. Мерой угловой дисперсии является

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (25)$$

где $d\varphi$ – угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающиеся по длине волны на $d\lambda$.

Дифференцируя обе части (22), получаем для дифракционной решетки

$$D \cos \varphi_m d\varphi_m = m d\lambda. \quad (26)$$

Из совместного решения уравнений (25) – (26) следует, что

$$D_\varphi = \frac{d\varphi_m}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi_m} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}. \quad (27)$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра. На опыте дисперсию определяют путем измерения углового расстояния $\Delta\varphi$ между дву-

мя близкими спектральными линиями с известной разностью длин волн $\Delta\lambda$ (например, между желтыми линиями ртути).

Разрешающая способность дифракционной решетки. Этот параметр характеризует возможность разделять (разрешать) спектральные линии, мало отличающиеся по длинам волн, и зависит от их ширины. За меру разрешающей способности принимают величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (28)$$

где λ – длина волны, вблизи которой производят измерения, $\delta\lambda$ – наименьшая разница в длинах волн двух еще разрешаемых спектральных линий. Разрешающая способность дифракционной решётки определяется соотношением

$$R = mN, \quad (29)$$

где N – число **действующих** штрихов решетки.

Поставим две дифракционные решетки одну за другой так, чтобы их штрихи пересекались под некоторым углом (в частном случае были взаимно перпендикулярными). Такая структура получила название **двумерной решетки**. Свойства такой решетки, как нетрудно понять, будут периодически меняться в двух различных направлениях. В физике рентгеновских лучей важную роль играют так называемые **трехмерные пространственные решетки**, которые обладают периодичностью в трех различных направлениях.

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными решетками, имеют постоянную порядка 10^{-10} м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ($\lambda \approx 10^{-7}$ м).

Эти факты позволили немецкому физiku М. Лауэ (1879 - 1960) прийти к выводу, что в качестве естественных дифракционных решеток для рентгеновского излучения можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с λ рентгеновского излучения ($\approx 10^{-12} \div 10^{-8}$ м). Простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга Г. В. Вульфom (1863 - 1925) и английскими физиками – отцом Генри и сыном Лоуренсом Брэггами [отец (1862 – 1942) и сын (1890 – 1971)]. Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей [плоскостей, в которых лежат узлы (атомы) кристаллической решетки].

Представим кристаллы в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей (рис. 11), отстоящих друг от друга на расстояние d .

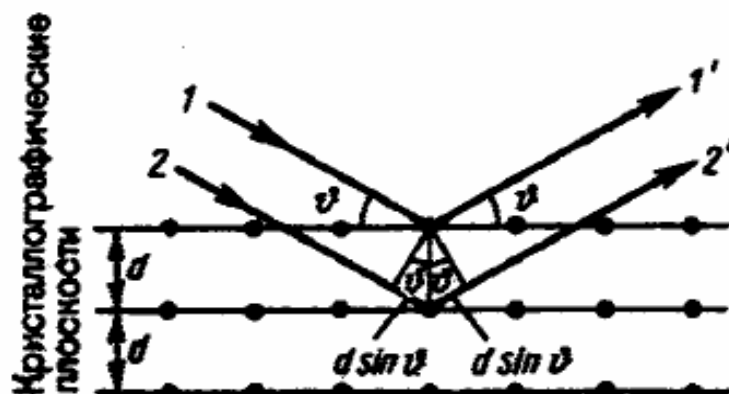


Рис. 11

Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает под **углом скольжения ν** (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют **формуле Вульфа - Брэггов**

$$2d \sin \nu = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (30)$$

т.е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ , наблюдается дифракционный максимум. При произвольном направлении падения монохроматического рентгеновского излучения на кристалл дифракция не возникает. Чтобы ее наблюдать, надо, поворачивая кристалл, найти угол скольжения.

Дифракционная картина может быть получена и при произвольном положении кристалла, для чего нужно пользоваться непрерывным рентгеновским спектром, испускаемым рентгеновской трубкой. Тогда для таких условий опыта всегда найдутся длины волн λ , удовлетворяющие условию (30).

Формула Вульфа - Брэггов используется при решении двух важных задач.

1. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя ν и m , можно найти межплоскостное расстояние (d), т. е. определить структуру вещества. Этот метод лежит в основе **рентгеноструктурного анализа**. Формула Вульфа – Брэггов остается справедливой и при дифракции электронов и нейтронов.

Методы исследования структуры вещества, основанные на дифракции электронов и нейтронов, называются соответственно **электронографией** и **нейтронографией**. Электронография дает уникальную возможность определить величину параметра решетки (и её изменение вследствие различных воздействий) с ошибкой, не превышающей $2 \cdot 10^{-14}$ м (!!!). Нейтронография позволяет исследовать такие тонкие явления, как тепловые колебания узлов кристаллической решетки. Правда, для получения достаточного потока нейтронов требуется атомный реактор.

2. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известной d и измеряя ν и m , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе **рентгеновской спектроскопии** и позволяет производить прецизионный спектральный анализ, в том числе пленочных конструкций, хотя пространственное разрешение по современным понятиям оставляет желать лучшего.

В заключение рассмотрим решение нескольких типовых задач по данной теме.

Задача № 1

На экран с круглым отверстием радиусом $r=1,2$ мм нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=0,6$ мкм. Определите максимальное расстояние от отверстия на его оси, где еще можно наблюдать наиболее темное пятно.

Решение

По условию задачи на экране наблюдается темное пятно, что соответствует четному числу зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Однако число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает по мере удаления точки наблюдения от отверстия. Поэтому наименьшее четное число зон равно двум. Следовательно, максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определится условием (8), т.е. $b_{\max} = r^2/2\lambda$. Подставляя численные значения, окончательно получаем: $b_{\max} = 1,2$ (м).

Ответ: $b_{\max} = 1,2$ м.

Задача № 2

На дифракционную решетку длиной $l=15$ мм, содержащую $N=3000$ штрихов, падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=550$ нм. Определить число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки, а также угол, соответствующий последнему максимуму.

Решение

Постоянная решетки d , длина волны λ и угол отклонения лучей φ , соответствующий m -му дифракционному максимуму, связаны соотношением:

$$D \sin \varphi = m \lambda. \quad (31)$$

Общее число максимумов, даваемых дифракционной решеткой, определяется выражением

$$n_{\max} = (2m_{\max} + 1), \quad (32)$$

где m_{\max} – максимальное значение спектра, даваемого дифракционной ре-

шеткой и рассчитываемого из условия $\sin\varphi=1$. С учетом (31) имеем:

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda} . \quad (33)$$

Решая совместно (32) и (33) и учитывая, что постоянная решетки $d=l/N$, окончательно получаем выражение для n_{\max} :

$$n_{\max} = 2 \frac{l}{N\lambda} + 1 \quad (34)$$

После подстановки численных значений получим: $n_{\max}=19$. Необходимо обратить внимание на тот факт, что согласно (33) m_{\max} может принимать только целые значения, причем десятые доли отбрасываются, какими бы они не были.

Угол дифракции, соответствующий последнему максимуму, найдем из условия $d\sin\varphi_{\max} = m_{\max}\lambda$, откуда $\varphi_{\max} = \arcsin 0,99 = 81,89^{\circ}$.

Ответ: $n_{\max} = 19$, $\varphi_{\max} = 81,89^{\circ}$.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется дифракцией света?
2. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля?
3. Поясните методику разбиения волнового фронта на зоны?
4. Получите условия максимумов и минимумов для дифракции света в параллельных лучах?
5. Что такое дифракционная решетка (одномерная и многомерная)?
6. Что такое разрешающая способность решетки?
7. Что называется дисперсией решетки?
8. На чем основывается метод Вульфа – Брэггов?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев И.В. Курс физики М.: Наука, 1988. Т. 2. С. 381-427.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976. С. 150-271.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001. С.332-347.